Usando GRASP para resolver un problema de definición de territorios de atención comercial

Leticia Vargas Suárez
Programa de Posgrado en
Ingeniería de Sistemas
Fac. de Ing. Mecánica y Eléctrica
Universidad Autónoma de Nuevo León
San Nicolás de los Garza, NL
México
leti@yalma.fime.uanl.mx

Roger Z. Ríos Mercado
Programa de Posgrado en
Ingeniería de Sistemas
Fac. de Ing. Mecánica y Eléctrica
Universidad Autónoma de Nuevo León
San Nicolás de los Garza, NL
México
roger@uanl.mx

Fabián López
Programa de Postgrado
en Administración
Fac. de Contaduría Pública y Adm.
Universidad Autónoma Nuevo León
San Nicolás de los Garza, NL
México
fabian.lopez@e-arca.com.mx

Resumen

El agrupamiento de pequeñas unidades o áreas geográficas en zonas geográficas más grandes (grupos) de acuerdo a ciertos criterios establecidos se denomina en la literatura especializada como definición o formación de territorios o distritos. En este trabajo abordamos un caso de diseño de territorios de venta o atención comercial en una red metropolitana de distribución de bebidas embotelladas. Se presenta el diseño de un procedimiento GRASP, así como resultados computacionales preliminares, los cuales muestran la viabilidad del procedimiento propuesto.

1. Introducción

El presente trabajo plantea un problema de definición de territorios de venta dentro de una red metropolitana de distribución de bebidas embotelladas. Las unidades geográficas básicas a agrupar son del orden de varios miles. El problema estudiado, el cual se describe a detalle en el siguiente apartado, se resuelve aplicando una metaheurística constructiva multi-arranque cuya función objetivo hace un tratamiento del peor caso; sin embargo, su estudio inicia con la formulación de un modelo entero-mixto, el cual no se incluye en este escrito por cuestiones de espacio. Problemas de formación de distritos de esta índole han sido estudiados por la Investigación de Operaciones desde los años 60 y a lo largo de estos 45 años se han sugerido varios modelos y metodologías de solución. La sección 3 hace una breve revisión de algunos de ellos. En nuestro caso, dado el tamaño de la instancia que es necesario resolver, fue necesario desarrollar un algoritmo de solución aproximada basado en GRASP. Este algoritmo se explica en el apartado 4, la sección 5 da cuenta de resultados numéricos y su uso práctico.

2. Descripción del problema

El desarrollo del presente estudio obedece a una necesidad real que se presenta en una empresa productora y distribuidora de bebidas embotelladas de la localidad de Monterrey, México. Monterrey, ciudad situada en el árido noreste mexicano, cuenta con un clima extremoso y se considera a nivel mundial entre las primeras cinco ciudades en consumo *per capita* de refrescos. Esta enorme demanda dan como resultado que la red metropolitana de distribución del producto esté formada por un número considerable de puntos de venta. La empresa ha encontrado que dividir estos puntos en pequeños grupos, establecidos estos últimos bajo criterios económicos y geográficos bien definidos, le hace posible lograr la adecuada administración de este enorme número de entidades económicas, además de su abasto correcto de mercancía. Los camiones repartidores, en este problema pueden considerarse como los vendedores, son entonces asignados para atender a uno o varios grupos (distritos, territorios) y sus rutas se diseñan considerando sólo los clientes ubicados en cada grupo. Una aplicación empresarial de la vieja estrategia militar divide y vencerás. Fisher y Jaikumar [4] daban cuenta de un enfoque de esta naturaleza hace algunas décadas. Actualmente, el proceso de formación de estos distritos se hace en forma manual.

El reto es, entonces, encontrar el mejor agrupamiento por medio del cual puedan satisfacerse las restricciones impuestas y al mismo tiempo lograr la formación de grupos (distritos) balanceados con respecto a diversos parámetros de venta y distribución.

Los objetos que se busca agrupar son los puntos de venta pero, dado su enorme número, se ha hecho un primer agrupamiento a fin de reducir la escala del problema y simplificar su solución. Por lo tanto, todos los puntos de venta ubicados en la misma manzana geográfica se consideran como uno solo. De forma que, el objeto a agrupar contemplado será entonces en su lugar una manzana geográfica.

Por otro lado, con cada punto de venta se asocian varias medidas de desempeño y estas mismas tasas de rendimiento pueden asociarse con cada manzana geográfica definida. Para cada manzana, las medidas de desempeño serán simplemente la suma aritmética de las medidas correspondientes de los puntos de venta que la conforman. Dichas medidas se conocen con certeza en cada punto de venta.

Las medidas de desempeño establecidas son: el número de clientes atendidos, el volumen de ventas logrado y, por último, la carga de trabajo representada como las horas hombre necesarias para atender cada manzana. Otra forma de ver el segundo parámetro es como: la demanda de producto, establecida ésta en número de cajas. El tercer parámetro, el tiempo-hombre, incluye tiempo de traslado, entrega de mercancía, recolección de envases, limpieza de exhibidores. Estas mismas medidas de desempeño pueden también establecerse a nivel de grupo, siendo éste último simplemente una colección de manzanas, en otras palabras, un conjunto de manzanas geográficas. De igual forma como se explicó en el párrafo inmediato anterior, las medidas del grupo serán la suma aritmética de las correspondientes a las manzanas que lo integran. Lo ideal es que los grupos formados sean lo más homogéneos posible con respecto a estas tres medidas definidas. Sin embargo, dado que es muy difícil lograr un balance simultáneo para las tres tasas definidas, se establecen entonces medidas de penalización que permiten cuantificar el no logro del balance en cada tasa de desempeño establecida. Resulta entonces por demás obvio que un buen agrupamiento tendrá una medida de penalización baja.

Los grupos formados deben respetar la ubicación natural de las manzanas y es requisito indispensable que el grupo se forme únicamente con manzanas que colindan entre ellas. En otras palabras, para poder llegar a cada manzana del grupo deben visitarse solamente manzanas que pertenezcan al mismo grupo. Estas colindancias son un dato del problema.

Por otro lado, la empresa considera un último requisito para realizar el agrupamiento. De la mano de la contigüidad y el balance del grupo deben respetarse definiciones *a priori* sobre la elegibilidad de las manzanas. Algunas de éstas deben quedar ubicadas en el mismo grupo, y existen otras que, al contrario, no pueden pertenecer al mismo distrito.

En base a este modelo descriptivo, obtenido a partir de conversaciones con personal de la empresa, se identifica que un esquema de territorios (agrupamiento) debe cumplir con las siguientes propiedades:

(P1) El bloque básico de construcción de los territorios (grupos) es una manzana geográfica.

(P2) Cada manzana debe pertenecer únicamente a un territorio o distrito. En otras palabras, los territorios son excluyentes y la unión de toda la colección de distritos definida resulta en el conjunto de manzanas original.

(P3) Cada distrito de atención debe ser contiguo. Un territorio se define como contiguo si para llegar a cualquier manzana que pertenezca a éste se visitan únicamente manzanas vecinas que están dentro de este mismo territorio y no se cruza la frontera imaginaria que existe entre distritos.

(P4) No existe ninguna limitación o restricción para el tamaño (medido en área o en distancia recorrida) del territorio.

(P5) La asignación de manzanas debe respetar dos criterios de elegibilidad definidos *a priori* por la empresa. Existen manzanas que de forma obligatoria deben pertenecer al mismo territorio y otras que, por lo contrario, no pueden pertenecer al mismo grupo.

(P6) La asignación de manzanas no debe exceder la capacidad estipulada para cada una de las medidas de rendimiento explicadas en (P7). Es decir, en cada medida definida, la suma de los valores de cada manzana que pertenece al distrito está dentro de un rango predeterminado.

(P7) Existen tres medidas de desempeño asociadas con cada manzana: número de clientes atendidos, demanda (volumen de ventas) y carga de trabajo. Estas mismas medidas se asocian con cada grupo o territorio y su valor es simplemente la suma aritmética de los correspondientes a las manzanas que los conforman.

(P8) La propiedad anterior implica que la asignación de manzanas proporciona distritos homogéneos con respecto a estas tres medidas de desempeño, *i.e.*, los territorios definidos deben estar balanceados con respecto a estas tasas.

Desde la perspectiva de modelación, la propiedad (P5) no ha sido incorporada con anterioridad en ninguno de los modelos revisados en la literatura especializada.

El problema de definición de territorios estudiado se formula como un modelo de partición de un grafo con restricciones Cada nodo i del grafo representa a una manzana geográfica y una arista (i, j) existe si y solo si el nodo i y el nodo j son manzanas colindantes. En este caso muy particular, las distancias entre manzanas no inciden en la modelación, por tanto suponemos que las aristas no tienen ningún peso asignado. Sin embargo, si existen pesos asociados con cada nodo. En concreto, a cada nodo se le asigna un vector compuesto por tres pesos, uno por cada medida de desempeño que describe a la manzana representada por el nodo. El grafo que representa a la red de distribución considerada es entonces no dirigido, no completo, conexo y disperso. De acuerdo a esta representación, un distrito o territorio es un subconjunto de nodos del grafo G que induce un subgrafo conexo de G. Una partición del grafo que cumpla con las propiedades (P1)-(P6) especificadas constituye una posible definición de territorios. Las propiedades (P7)-(P8) pueden verse como características que miden el desempeño de una asignación factible.

La empresa busca el cumplimiento de tres metas: (i) lograr el mismo nivel de clientes en cada grupo, (ii) alcanzar la misma demanda en cada distrito formado y (iii) conseguir la misma tasa de carga de trabajo en cada territorio establecido. Esto lleva a buscar una manera de intentar alcanzar varios objetivos de manera simultánea. El enfoque explorado en este trabajo es definir una sola función objetivo con la cual se represente el logro de las metas deseadas. Matemáticamente se expresa en términos de variables de desviación no deseada de las metas definidas. La empresa desea dar importancia a la meta más desviada de su objetivo, *i.e.*, hacer un tratamiento del peor caso. Por ello se define una función mini-max: minimizar la máxima desviación de cualquiera de los objetivos.

El modelo de programación matemática del problema se omite por razones de espacio, pero proveemos la siguiente notación:

Parámetros:

n: número de manzanas que componen a la red

I: $\{ 1, 2, 3 \}$ conjunto de medidas de desempeño que corresponden a clientes, demanda y trabajo, respectivamente

N: $\{ 1, 2, ..., n \}$ conjunto de manzanas

C_i: el valor de la meta establecido para la medida de desempeño i

a_i: factor de penalización por no lograr la meta i; se incurre en la misma penalización por exceder la meta o por quedar debajo

Variables:

s_{ik}^{+} desviación de la meta por encima del valor especificado en el distrito k para la medida de desempeño i

s_{ik}^{-} desviación de la meta por abajo del valor especificado en el distrito k para la medida de desempeño i

El objetivo es encontrar una partición V_1, V_2, ..., V_q de N tal que se minimice:

$$\min f(s^{+},\ s^{-}) = \sum_{i=1}^{3} a_i \max_{k=1,\ldots,q} \{ s_{ik}^{+} + s_{ik}^{-} \}$$

3. Trabajos relacionados

Muchos autores han investigado problemas de generación automática de agrupaciones geográficas y proporcionado modelos y metodologías de solución en contextos muy diversos. El objetivo principal de la mayoría de los modelos de formación de distritos es el diseño de un número de territorios geográficos los cuales se busca que tengan una forma compacta, sean contiguos y que además estén balanceados de acuerdo a una o más medidas de desempeño. Es decir, es posible que se trate con un problema multi-criterio.

Puede considerarse a este problema como una forma especial del problema clásico de agrupamiento capacitado, el cual Garey y Johnson demuestran, en su conocida monografía [6], que es NP-Duro. Por tanto, un enfoque exhaustivo no es práctico debido a la dependencia exponencial de las particiones potenciales de los datos de entrada.

Dada la naturaleza del problema, tratar de encontrar una solución óptima global a través de un algoritmo robusto y eficiente es difícil. Por lo que, existe aún un gran interés en el diseño de nuevas heurísticas para resolver problemas prácticos de partición de gran tamaño.

En el diseño de distritos políticos destacan, entre otros, el trabajo de Mehrotra, Johnson y Nemhauser [7], quienes modelan el problema como un problema de partición de un grafo con restricciones y desarrollan una metodología basada en ramificación y generación de columnas (*branch and price*), y el de Bozkaya, Erkut y Laporte [1], que sugieren una metodología basada en búsqueda tabú y un procedimiento de memoria adaptativo con una función objetivo multi-criterio.

En el área de servicios, D'Amico et al. [2] desarrollan una metodología basada en recocido simulado para resolver un problema de formación de distritos policiacos. El trabajo de Romero et al. [8] resuelve la parcelización de todos los municipios (rurales y urbanos) de la República Mexicana a fin de definir grupos que permitan la realización de censos poblacionales. Se busca definir, por municipio, grupos homogéneos con respecto al número de casas a encuestar. Este problema de gran escala se resuelve con mucho éxito utilizando diagramas de Voronoi y recocido simulado.

Para el problema de formación de distritos de venta, trabajos previos recientes incluyen a Zoltners y Sinha [9], quienes tienen uno de los trabajos mas destacados y proponen un modelo entero; y Fleischmann y Paraschis [5] cuya metodología se basa en el enfoque clásico de ubicación de centros del distrito y asignación de las unidades básicas a éstos.

4. Algoritmo GRASP propuesto

El algoritmo sugerido sigue la definición del algoritmo GRASP genérico de Feo y Resende [3] tomando como modelo de la red a un grafo conexo, no dirigido. En otras palabras, se busca resolver el problema de definición de distritos a través de la resolución del problema de partición del grafo en k conjuntos mutuamente excluyentes sujeto a las restricciones dadas.

Por otra parte, en nuestro algoritmo se incluye una fase de pre-procesamiento la cual se enfoca a hacer cumplir la restricción de elegibilidad forzosa, pares de nodos que forzosamente deben pertenecer al mismo grupo (P5). Con una rutina basada en un recorrido *depth first search* (DFS), se encuentra una ruta que conecte a cada pareja marcada como selección obligatoria. Este pequeño subconjunto de nodos se asigna a un grupo y de esta forma se asegura que queden juntos en un subgrafo conexo. Si es posible que la ruta de otra pareja de nodos analizada forme parte de este grupo, se agrega; si no, se asigna a un nuevo grupo. Posteriormente, esta información se alimenta a la fase constructiva y los grupos adicionales se construyen respetando estos nodos. Esta fase previa se introduce porque de esta forma la fase constructiva se mantiene mucho más simple a diferencia de buscar cumplir esta restricción en cada paso de la construcción.

Para construir la solución miope aleatorizada se recorre el grafo al estilo de una travesía DFS visitando únicamente los nodos vecinos del grupo parcial incumbente, esto asegura la formación de subgrafos conexos. El recorrido inicia eligiendo al azar uno de los nodos del grafo de grado más bajo, sus vecinos se almacenan en una lista y se analiza si cada uno resulta elegible para pertenecer al grupo, P5. Lo anterior se logra realizando una búsqueda binaria en una matriz de elegibilidad que almacena a aquellos nodos que no pueden coexistir. Para construir la lista restringida de candidatos (LRC), solamente se consideran a aquellos vecinos que resultan elegibles. De esta forma, en cada paso de la construcción, se asegura el cumplimiento de las restricciones de conectividad y elegibilidad. La función miope adaptativa la cual guía la construcción se define de la forma siguiente:

$$f(v) = \sum_{i=1}^{3} a_i \ \max\left\{0, \left(\sum_{v \in K_j} w_i(v) - C_i \right)\right\}$$

donde $w_i(v)$ *es* el peso de un nodo para la medida de desempeño *i; y* K_j es el grupo *j*. La sustracción en esta función arroja una medida de la desviación con respecto a la meta en un grupo dado. Mientras no ocurra desborde del grupo en ninguna de las tres medidas de desempeño, $f(v)$ arroja el valor de cero que funciona como un indicador binario señalando que el nodo cabe, pero si agregar el nodo provoca saturación del grupo en cualquiera de las metas definidas, la función arroja un valor real positivo que permite medir la desviación ponderada que el nodo considerado provoca.

Al elegir un elemento en cada paso de la construcción, es necesario actualizar, para el grupo que se está formando, cada una de las sumas acumuladas de los pesos asociados a las tres medidas de desempeño. La función miope de los candidatos restantes aún no asignados se recalcula de acuerdo a esta suma. Es simplemente la idea de contabilizar cuánto "espacio" va quedando. Otra medida importante, y que también debe ser actualizada en cada paso, es el grado de los nodos el cual también cambia durante la ejecución del algoritmo dado que van "perdiendo" vecinos a medida que los nodos se asignan a algún grupo.

A continuación se muestra un pseudo-código genérico para la fase constructiva:

1. MIENTRAS existan nodos no asignados selecciona un nodo del grado más pequeño posible e inicia un grupo;
2. PARA cada nodo vecino v no asignado:
   2.1. Determina su elegibilidad de pertenecer al grupo;
   2.2. SI resulta elegible, calcula su función miope $f(v)$;
   2.3. Construye la LRC aplicando la intersección de los siguientes criterios:
   criterio cuantitativo: parámetro $k \geq 2$ establece el máximo número de candidatos.
   criterio cualitativo: LRC: $\{ v \in C \mid f(v) \in [c^{min}, c^{min} + \delta(c^{max} - c^{min})] \}$, donde C es el conjunto de elementos elegibles y adyacentes a los nodos ya admitidos al grupo y $\delta \in [0, 1]$ es un parámetro preestablecido por el usuario;
   2.4. Con distribución de probabilidad uniforme para todos los nodos de la LRC escoge uno al azar;
   2.5. SI el nodo elegido no rebasa las metas establecidas para las tres medidas de desempeño definidas:
   (a) Agregarlo al grupo;
   (b) Agregar a sus vecinos a la lista de vecinos;
   (c) Actualizar las sumas acumuladas de pesos del grupo y el grado de los nodos vecinos del candidato elegido;
   (d) Regresar al Paso 2;
   EN CASO CONTRARIO:
   (a) Comparar, en valor absoluto, la desviación obtenida suponiendo que se agrega el nodo vs. la desviación lograda dejándolo fuera. Tomar la acción de la desviación que resulte menor (*i.e*,. agregarlo o dejarlo fuera).
   (b) Regresar al Paso 1

Cuando los n nodos han sido asignados, se aplica un algoritmo muy sencillo de búsqueda local. Analizando las soluciones obtenidas se observó que las mayores desviaciones se provocan por pequeños grupos de 2, 3, o 4 nodos que quedan aislados por diversas razones. Entonces, a partir de una solución dada, S, se establece el grupo donde ocurre la mayor desviación y se puede obtener otra solución parecida a ella integrando este pequeño grupo a otro mucho mayor donde exista al menos un vecino de uno de los nodos del grupo más pequeño. La existencia de este vecino es fundamental para cumplir la restricción de conexidad. Es también importante analizar que todos los nodos del grupo pequeño sean elegibles a pertenecer a un grupo dado de acuerdo a la matriz de inelegibilidad definida. Entonces, utilizando el lenguaje propio de las metaheurísticas, un movimiento es la adición de un pequeño grupo que resulte elegible a otro mucho mayor. Puede entonces así considerarse en el entorno de S a todas aquellas soluciones consistentes en integrar el grupo de mayor desviación a otro. A partir de esa nueva solución, S', se busca otra vez el grupo de mayor desviación y se busca su integración.

Ahora, el grupo que se elige para integrar al grupo pequeño es aquel en donde ocurre la menor desviación. Es decir, se analizan todas las posibilidades donde haya vecinos y se cumpla la restricción de elegibilidad y entonces se elige aquel grupo donde la desviación, considerando las tres medidas de desempeño, sea menor. En cada movimiento se evalúa la función objetivo y el proceso para cuando ya no es posible obtener un mejor valor de ella, *i.e.*, a medida que el algoritmo avanza el tamaño de los grupos aumenta y entonces llega un punto en donde si el grupo se integra a otro el tamaño de la desviación ocasionada será mayor que la ya existente en este grupo. Cabe la posibilidad de que aunque aún sea posible integrar a uno o más grupos pequeños a otros más grandes, si no es posible integrar al de mayor desviación, el proceso se detiene pues lo que la función objetivo está evaluando es la mayor desviación.

El criterio de parada para el algoritmo GRASP se define en términos de un número máximo de iteraciones. Su complejidad puede calcularse de la siguiente forma. El peor caso sucede cuando un nodo tiene como vecinos a los n nodos que conforman al grafo y sólo cabe un vecino por grupo. El grupo de operaciones más frecuentemente ejecutado por el algoritmo se haría n veces para los n grupos unitarios. Por tanto, hablamos de un algoritmo acotado por $O(n^2)$.

5. Resultados experimentales

El algoritmo fue codificado en Visual C++ Versión 6.0. Las pruebas experimentales se han llevado a cabo en una plataforma Windows XP con procesador Pentium II corriendo a 399 MHz con 128 Mb de memoria RAM.

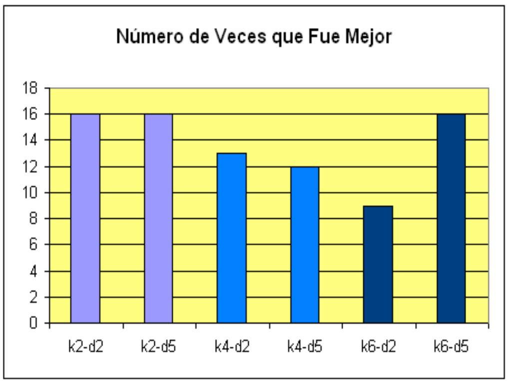
Número de clientes	[5, 24]
Demanda	[15, 414]
Minutos de trabajo	[15, 104]

Tabla 1 Rangos utilizados en la generación aleatoria de instancias

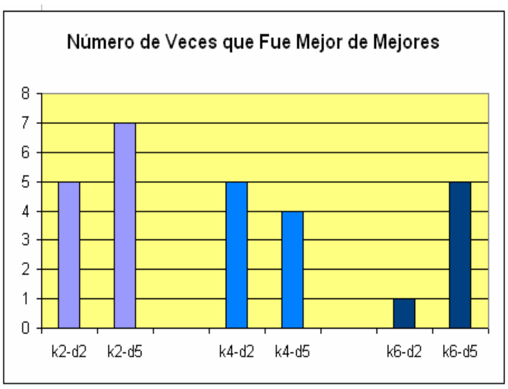
Para llevar a cabo nuestros experimentos, se generaron aleatoriamente 20 instancias. Cada una de ellas tiene una topología idéntica a la de la instancia piloto dada por la empresa, 448 nodos y 2152 aristas. Lo que cambia entre instancias son el número de clientes, demanda y tiempo de trabajo en cada nodo. Estos fueron generados aleatoriamente en forma uniforme de acuerdo a los rangos mostrados en la Tabla 1, los cuales representan desviaciones típicas comunes del entorno industrial.

Uno de los primeros aspectos analizados fue la decisión de cómo iniciar un grupo. Existen al menos dos alternativas: escoger un nodo al azar o buscar nodos de grado lo más bajo posible. Bajo la racional de lograr una mayor diversidad se permite la decisión al azar.

Los resultados arrojaron lo siguiente: Es cierto, una decisión aleatoria logra una enorme diversidad; sin embargo, cuando se busca iniciar con nodos de bajo grado la función objetivo mejora en hasta un 20%.



(a)



(b)

Figura 1: Evaluación preliminar de parámetros algorítmicos

Un criterio muy inclusivo disminuye la calidad aunque aumenta la diversidad. Ello se debe a que hay un mucho menor “desmoronamiento” del grafo. Es decir, la ocurrencia de pequeños grupitos aislados que posteriormente resultan imposibles de incluir en grupos mayores disminuye. Esto no significa tampoco que la versión de GRASP que busca iniciar con nodos de bajo grado no sea capaz de brindar una buena diversidad, simplemente es menor comparada con el otro algoritmo. El GRASP no aleatorio en los nodos de inicio es el que se utiliza el resto de las pruebas.

Nuestro primer experimento lleva como objetivo evaluar el procedimiento para diferentes valores de k y δ, donde k es el tamaño de la LRC. Se probaron seis diferentes combinaciones (k, δ), las cuales se muestran en la Figura 1. La Figura 1(a) se obtiene determinando, por instancia, cuál valor de δ arroja el mejor valor objetivo en cada k dada. Ocurren empates. La Figura 1(b) se obtiene determinando, por instancia, cual de las seis combinaciones arroja el mejor objetivo, ocurren empates. Como puede apreciarse en la Figura 1(b), al comparar para cada k los valores de δ, vemos que para k=2, δ=0.5 es ligeramente superior, en el caso k=4 no existe gran diferencia y en el caso k=6, δ=0.5 es bastante superior. En forma la combinación (k = 2, δ =0.5) fue la que arrojó mejores resultados.

El número de iteraciones también se estableció a través de pruebas de campo. Se corrieron las 10 instancias impares de la muestra inicial durante 2,000 iteraciones y a manera de prueba piloto se corrieron 3 instancias pares durante 5,000 iteraciones. Ocurrió una mejora en 6 de las 10 pruebas de 2,000 iteraciones, pero ésta nunca fue mayor a 3%. Por lo tanto, para la siguiente fase de pruebas este parámetro se fijó en 1,000 iteraciones. La Figura 2 muestra un ejemplo de este comportamiento. Puede observarse que, al principio, la heurística es agresiva para mejorar la función objetivo (en este caso ocurre una mejora del 15%); sin embargo, después de las 400 iteraciones la mejora es despreciable.

La Figura 3 muestra una comparación del algoritmo desarrollado corriendo una versión puramente miope (δ=0, k = 1) vs. una versión con los parámetros encontrados experimentalmente como ideales, *i.e.* (δ =0.5, k = 2). Las condiciones de las pruebas fueron las siguientes. Se consideró el mismo puntaje de penalización para cada medida de desempeño definida, *i.e.* 1/3. La tríada de cada nodo se normalizó y las metas se mantuvieron en el mismo valor durante todas las pruebas. Para una instancia dada, la semilla para el generador de números aleatorios durante la ejecución de GRASP con diversas combinaciones (δ , k) se mantuvo constante.

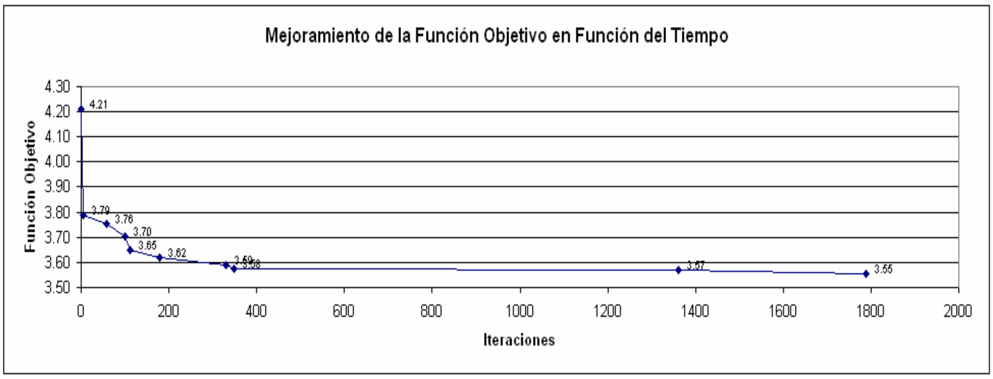


Figura 2: Convergencia del algoritmo.

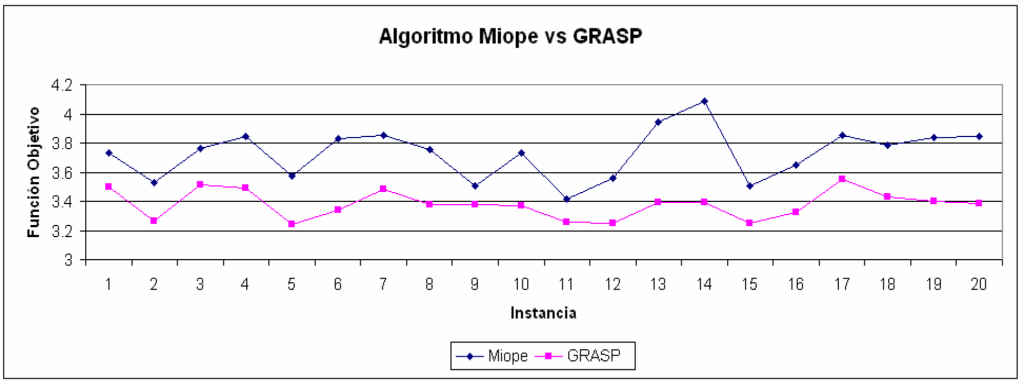


Figura 3: Comportamiento del GRASP.

6. Conclusiones

En este trabajo hemos derivado un GRASP para un problema de agrupación de puntos de ventas, el cual es capaz de entregar soluciones que cumplen con las propiedades P1-P6 enunciadas en un tiempo muy razonable (una iteración completa tarda menos de medio segundo para un grafo de 448 nodos). El algoritmo es simple, eficiente y fácil de entender. Además este enfoque tiene la ventaja de que permite la generación de un conjunto de soluciones diversas las cuales pueden servir de semillero a otras metaheurísticas tales como Búsqueda Dispersa. A pesar de haber sido probado únicamente en un solo tipo de topología, pruebas piloto hechas durante el desarrollo permiten inferir que puede aplicarse sin problema a alguna otra topología, incluso con mayor número de nodos o aristas. Esta etapa experimental se está llevando a cabo en la actualidad.

Hasta donde tenemos conocimiento no existe ningún trabajo previo desarrollado para el problema aquí tratado el cual tiene rasgos muy particulares, aunque bien es cierto guarda similitud con algunos problemas tratados. Por este motivo. Por otro lado, la comparación con soluciones reales no ha sido posible por cuestiones propietarias de la empresa. Una de las áreas de oportunidad estriba en poder comparar contra cotas inferiores ya que la solución exacta de problemas de tamaño medio está fuera del alcance por métodos convencionales (como CPLEX).

Otro problema de importancia desde el punto de vista de la empresa es en llevar a cabo un estudio de sensibilidad de las soluciones en función de los parámetros de peso de la función objetivo. Esta fase está actualmente en proceso. La exploración de nuevas definiciones de vecindades es un área potencial de estudio y la cual puede contribuir a mejorar esta situación.

Agradecimientos: Los autores agradecen las observaciones de dos revisores anónimos, las cuales ayudaron a mejorar la presentaci'on del trabajo. El trabajo de investigación de Leticia Vargas ha sido apoyado financieramente por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) de Mexico.

Referencias

[1] Bozkaya, B., E. Erkut y G. Laporte. A tabu search heuristic and adaptive memory procedure for political districting. *European J. of Op. Research*, 144:12-26, 2003.

[2] D'Amico, S.J., S. Wang, R. Batta y C. Rump. A simulated annealing approach to police district design. *Computers & Operations* Research, 29:667-684, 2002.

[3] Feo, T., y M.G.C. Resende. A probabilistic heuristic for a computationally difficult set covering problem. *Operations Research Letters,* 8:67-71, 1989.

[4] Fisher, N., y R. Jaikumar. A generalized assignment heuristic for vehicle routing. *Networks*, 11:109-124, 1981.

[5] Fleischmann, B., y J.N. Paraschis. Solving a large scale districting problem: A case

report. *Computers & Operations Research*, 15:521-533, 1988.

[6] Garey, M.R., y D.S. Johnson. *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*. W. H. Freeman and Company, New York, EUA, 1979.

[7] Mehrotra, A., E.L. Johnson y G.L. Nemhauser. An optimization based heuristic for political districting. *Management Science*, 44(8):1100-1113, 1998.

[8] Romero, D., J. Burguete, E. Martínez y J. Velasco. Un enfoque de optimización combinatoria para la construcción de marcos de muestreo en hogares. *Boletín de los Sistemas Nacionales Estadísticos y de Información Geográfica* (aceptado).

[9] Zoltners, A., y P. Sinha. Sales territory alignment: A review and model. *Management Science*, 29:1237-1256, 1983.