

# Un Problema de Gestión Forestal con Requerimientos de Adyacencia de Rodales

**Carlos Beltrán Pérez**

Programa de Posgrado en Ingeniería de Sistemas  
Universidad Autónoma de Nuevo León, México  
*carlos.beltran.mx@gmail.com*

**Roger Z. Ríos Mercado**

Programa de Posgrado en Ingeniería de Sistemas  
Universidad Autónoma de Nuevo León, México  
*roger@yalma.me.uanl.mx*

**Oscar A. Aguirre Calderón**

Facultad de Ciencias Forestales  
Universidad Autónoma de Nuevo León, México  
*oscar.aguirrecl@uanl.edu.mx*

julio de 2011

## Resumen

Se presenta un estudio que tiene por objetivo establecer de manera óptima la cosecha de madera para bosques de clima templado frío en México mediante dos modelos de optimización que restringen espacialmente daños ecológicos a través del impedimento de corta de rodales (o conjuntos de rodales) adyacentes, y de la restricción de reverdecimiento que fuerza la posibilidad de cortar cada rodal en un solo período durante todo el horizonte de planificación. De estos modelos, conocidos como problemas con restricciones de adyacencia, hasta donde se conoce, no hay ejemplos anteriores de su aplicación en México a pesar de ser empleados desde hace décadas en países como Finlandia, Suecia, Canadá, Estados Unidos y Australia. Los problemas con restricciones de adyacencia están clasificados como NP-difíciles y en dependencia del tamaño de la instancia pueden requerir de diferentes métodos de solución como el método exacto o el empleo de heurísticas. La experimentación se enfoca por un lado en establecer el método de solución a emplear para cada modelo, y por otro, en avalar la eficacia de las metodologías de solución.

*Palabras Clave:* Investigación de Operaciones; Gestión Forestal; Programación Entera Mixta; Programación Espacial de la Cosecha.

## Introducción

Las actividades humanas y sus impactos asociados sobre el medio ambiente siguen siendo reconocidos como un reto para la sustentabilidad a largo plazo del planeta. El manejo forestal representa una industria que depende de los recursos naturales, en particular, de los bosques y su madera en un contexto de múltiples usos.

Los modelos de optimización para programar la cosecha en un bosque se han caracterizado en tomar decisiones sobre los bloques o rodales a cosechar para un horizonte de planeación que va desde años hasta décadas. Las variables de decisión en estos modelos son enteras y están diseñadas para encontrar una secuencia de rodales o bloques a ser cosechados para satisfacer demandas temporales de madera y otras condiciones restrictivas.

Para enfrentar implícita o explícitamente tales preocupaciones es deseable limitar espacialmente los impactos dentro de los modelos para programar la cosecha. De esta manera se ha confiado tradicionalmente en las restricciones de adyacencia y en las condiciones de reverdecimiento para regular las actividades y su localización a través del tiempo (Murray 2007).

Un problema con requerimientos de adyacencia busca evitar que dentro de un bosque que está dividido en rodales o bloques no se tale ningún par adyacente de rodales (o conjunto de rodales) en un mismo período, de modo que mientras algunos rodales disjuntos son cosechados para cumplir con demandas preestablecidas de volumen de madera, otros al mismo tiempo maduren y regeneren sus recursos. Para ejemplificar el concepto de las restricciones de adyacencia, en la figura 1 está representado un bosque dividido *a priori* en nueve rodales. Si dentro de un período cualesquiera  $t$  se eligiese cosechar toda la madera del rodal número 5, marcado en negro, (Figura 1.a), la consecuencia automática de esa elección forzará a que en ese período sólo queden elegibles a cosechar los rodales no adyacentes al bloque 5 (Figura 1.b), es decir los bloques 1,2,7 y 9. Sucesivamente, si en dicho período además del bloque 5 se optara también por extraer la madera del rodal 2, quedaría prohibido cosechar la madera del bloque 1, y viceversa, aplicándose la misma lógica con el par de rodales restantes 7 y 9.

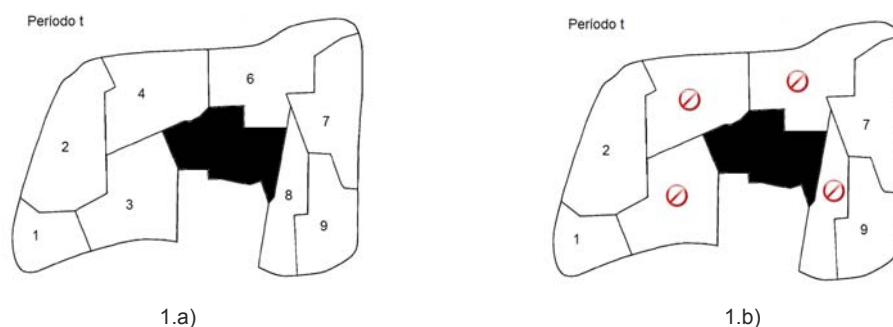


Figura 1. Rodal cosechado, en negro (a), generaría veda de cosecha en rodales vecinos 3, 4, 6, y 8 en el mismo período (b)

Murray (1999) definió dos modelos básicos que contienen las características más importantes para los problemas de manejo forestal con restricciones de adyacencia, los cuales hasta la fecha siguen siendo referidos por la comunidad científica especializada. Estos modelos son el URM (Unit Restricted Model) o Modelo Restringido por Unidad, y el ARM (Area Restricted Model) o Modelo Restringido por Área.

Estos modelos proponen aumentar la producción de madera dentro de bosques de árboles intolerantes a la sombra, como los bosques de coníferas de clima templado frío, disminuyendo el impacto ecológico de la extracción de recursos mediante las restricciones de adyacencia y reverdecimiento, que se basan respectivamente en los supuestos de un área máxima de corta total definida a priori (establecida por ley o estratégicamente), típicamente de 49 hectáreas, y del impedimento de cortar cada rodal en más de una ocasión durante toda la planificación (Goycoolea et al. 2005, Murray et al. 2004).

Estas especies intolerantes a la sombra como el oyamel (*Abies religiosa*), el encino (*Quercus*), el abeto rojo (*Tsuga*), y la mayoría de especies de pino (del género *Pinus sp.*), no pueden desarrollarse cuando existe sombra producida por una densa acumulación de individuos de su propia especie o de otra, y son especialmente favorecidas cuando se aplica un método de corta y regeneración ya que tras una corta total, los nuevos árboles resultan coetáneos, y por la misma razón sus alturas tienden a ser homogéneas permitiendo que los rayos solares lleguen a toda la población (Granados et al. 2007).

Los bosques templados fríos de México, poblados por especies intolerantes, se encuentran formando la vegetación de las principales cordilleras de México (Sierra Madre Oriental, Sierra Madre Occidental y Sierra Madre del Sur). Los principales tipos son: bosque de pino, bosque de oyamel, bosque de encino, bosque de enebro y bosque mesófilo de montaña. En la figura 2 se presenta la cobertura potencial de los principales tipos de vegetación en México, en la que se observa que las especies de árbol para este tipo de bosques suman una importante proporción del total de la superficie arbolada del país.

Este tipo de bosques son candidatos al método de tala rasa o corta de regeneración por bloques. No obstante es importante establecer en qué condiciones es pertinente aplicar este tipo de métodos, como la madurez

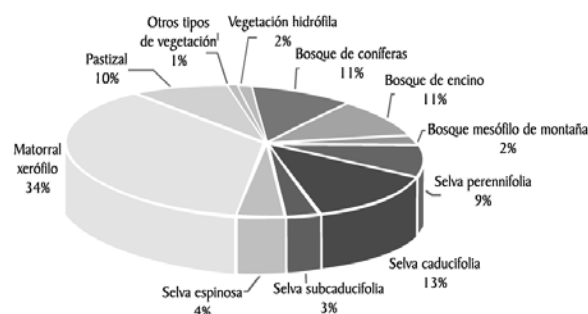


Figura 2. Vegetación en México (Semarnat 2006)

económica-biológica que el arbolado de un rodal debe alcanzar para poder ser cosechado.

Para cumplir esta condición de madurez, se ha agregado en este trabajo una restricción adicional al modelo URM que fuerza a que un rodal pueda ser talado únicamente cuando los árboles han alcanzado en promedio su edad de maduración (modelo URM1).

### El modelo URM

El modelo restringido por área se basa en tres supuestos: 1.- Se debe respetar un área máxima de corta continua en un mismo período, 2.- El tamaño de cada rodal es igual o ligeramente inferior al área máxima de corta, de modo que si cada par de rodales vecinos es cortado en el mismo período, quedaría automáticamente violada el área máxima de corta permitida, y 3.- Cada rodal puede ser cortado una sola vez durante todo el horizonte de planificación. En la Figura 3 se ilustra la suposición distintiva del URM, en la que el el área máxima de corta continua, a diferencia del ARM, es muy similar al tamaño de los rodales.

### El modelo ARM

El modelo restringido por área comparte los supuestos 1 y 3 con el URM, sin embargo, el supuesto 2 se modifica de la siguiente manera: el tamaño de cada rodal es menor en por lo menos la mitad del área máxima de corta, de modo que no sólo los pares de rodales vecinos deben restringirse a ser talados, sino grupos de 3, 4 o más bloques, dependiendo del área máxima predefinida y la de los bloques vecinos candidatos a formar subconjuntos no adyacentes a otros subconjuntos. Esta condición aumenta exponencialmente la cantidad de restricciones para los grupos de rodales adyacentes, provocando un crecimiento de la misma magnitud en el grado combinatorio del problema con cada aumento del tamaño de la instancia. En la Figura 4 se ilustra la suposición distintiva del ARM, en la que el el área máxima de corta continua puede duplicar o triplicar el tamaño de los rodales.

Los modelos URM y ARM no compiten por ofrecer mejores soluciones. Están diseñados para ofrecer soluciones en condiciones diferentes para un bosque. Murray y Weintraub (2002) afirman que a pesar de que el ARM es más difícil de resolver que el URM, no existe trabajo alguno que demuestre la superioridad de alguna de las dos aproximaciones.

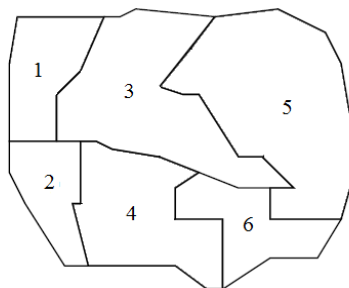


Figura 3. Área máxima similar al tamaño de los bloques, supuesto distintivo del URM



Figura 4. Área máxima duplica o triplica tamaño de los bloques, supuesto distintivo del ARM

### Justificación

Los bosques sostienen la industria maderera, pero su destrucción causa daños irreversibles. Los pinos mexicanos, junto con otros árboles como los oyameles, los encinos y los cipreses, forman los llamados bosques de coníferas que cubren alrededor de 17 millones de hectáreas del territorio nacional, equivalente al 34 % de la superficie arbolada del país, que junto a otras características naturales arriba citadas, pueden ser candidatos a un método de corta y regeneración por rodales.

En este trabajo se presenta una metodología de solución ampliamente utilizada en países modelo en cultura forestal, con la finalidad de maximizar el aprovechamiento de las masas forestales de los bosques templados fríos mexicanos evitando comprometer la condición futura de los mismos.

Los requerimientos o restricciones para estos modelos matemáticos orillan al uso de variables de decisión enteras (Hillier y Lieberman 2002), en donde conforme aumenta el número de rodales o bloques que integran un bosque, y por tanto el número de variables de tipo entero, el problema crece combinatoriamente junto con el tiempo de cómputo para ser solucionado.

En la mayoría de los problemas combinatorios la razón del crecimiento del tiempo de cómputo respecto al aumento del tamaño de la instancia es de tipo exponencial. En tales casos el campo de la optimización los ha denominado como problemas NP-difíciles, a excepción de problemas en los que se han podido encontrar algoritmos eficientes para resolverlos en un tiempo de cómputo razonable. En la literatura, los trabajos de Goycoolea et al. (2005) y Gunn y Richards (2005) se refieren a los problemas con restricciones de adyacencia como no triviales debido a su complejidad NP-difícil, y hay un número importante de trabajos que han dedicado sus esfuerzos al diseño de algoritmos heurísticos como los de Murray y Church (1995), herramientas de simulación como las de O'Hare et al. (1989) y técnicas exactas como programación dinámica empleadas por Hoganson y Borges (1998) que han conseguido acortar los tiempos de cómputo aportando soluciones de buena calidad.

En el trabajo se presentan los modelos con restricciones de adyacencia URM y ARM como respuesta ante escenarios y limitaciones actuales en México en el ámbito forestal, y como punto de partida de un estudio que

permitirá determinar en un bosque aprovechable el dónde cosechar, el momento de hacerlo y el volumen que se obtendrá en cada período para obtener un máximo global de volumen de madera, cuidando en todo momento restricciones ecológicas. Se proponen modificaciones al modelo URM para obtener ventajas adicionales como la madurez económico-biológica de los árboles. Se plantea el estudio posterior del Modelo Restringido por Área o ARM (por sus siglas en inglés), que implica mucho mayor esfuerzo computacional que el URM (Murray y Weintraub 2002), en el que se espera construir un algoritmo heurístico que genere soluciones de buena calidad.

## Objetivos

En este trabajo se busca aportar y validar una contribución efectiva a la gestión forestal mexicana a través de dos modelos de optimización estudiados en esta investigación. Para ello se realiza una experimentación y análisis completo de resultados correspondientes al modelo URM que avalen la eficacia de la metodología. Otra meta es desarrollar una herramienta computacional que identifique los pares adyacentes requeridos por el modelo ARM y desarrollar e implementar una heurística constructiva-adaptativa que solucione en un tiempo computacional razonable instancias para este modelo. Para validar el trabajo con el segundo modelo matemático se realiza una etapa de experimentación y análisis completo de resultados correspondientes a la heurística por desarrollar para el modelo ARM que avalen la eficacia de la metodología. Otro objetivo es contribuir a la obtención y generación de conocimiento de alto nivel profesional y científico.

## Planteamiento del modelo

Conjuntos:

$\Omega_i$  = Conjunto de rodales adyacentes al rodal  $i$  (URM, URM1)

$f_{it}(x)$  = Función recursiva que suma todas las unidades vecinas asociadas con  $X_{it}$  (ARM)

Parámetros:

$p_i$  = Beneficio por  $m^3$  asociado al tipo de árbol del rodal  $i$

$v_{it}$  = Volumen en  $m^3$  de madera existente en el bloque  $i$  en el período  $t$

$\beta_{it}$  = Beneficio económico al cosechar el rodal  $i$  en el período  $t$

$\beta_{it} = p_i v_{it}$

$U_t$  = Límite superior del volumen de madera a cosechar en el período  $t$

$L_t$  = Límite inferior del volumen de madera a cosechar en el período  $t$

$a_{it}$  = Edad promedio de los árboles del bloque  $i$  en el período  $t$

$M_i$  = Edad de maduración bio-económica del tipo de árbol existente en el rodal  $i$

$A$  = Área máxima continua permisible a ser cosechada

Variables de decisión:

$$X_{it} = \begin{cases} 1 & \text{si el bloque } i \text{ es cosechado en el período } t \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Función objetivo: 
$$\text{Max} \sum_i \sum_t \beta_{it} X_{it} \quad (1)$$

Sujeta a: 
$$X_{it} + X_{i't} \leq 1 \quad \forall i, i' \in \Omega_i, t \quad (2)$$

$$M_i X_{it} \leq a_{it} \quad \forall i, t \quad (3)$$

$$\sum_l v_{it} X_{it} \leq U_t \quad \forall t \quad (4)$$

$$\sum_l v_{it} X_{it} \geq L_t \quad \forall t \quad (5)$$

$$\sum_i X_{it} \leq 1 \quad \forall i \quad (6)$$

$$X_{it} = \{0,1\} \quad (7)$$

$$f_{it}(x) \leq A \quad \forall i, t \quad (8)$$

El modelo matemático que se presenta describe a los modelos URM, URM1 y ARM. Murray (1999), describe al URM con la función (1), y las restricciones (2), (4)-(7). El URM1, extensión del modelo URM, incluye desde la función (1) hasta la restricción (7). El ARM, también definido por Murray (1999), es descrito por la función (1) y por las restricciones (4) a la (8).

La función objetivo (1) busca maximizar el beneficio asociado al programar la cosecha de los rodales. La restricción (2) evita la cosecha en rodales adyacentes. La restricción (3) permite cosechar sólo rodales con árboles maduros. Las restricciones (4) y (5) procuran uniformidad en la extracción de madera a través de los períodos. La restricción de reverdecimiento (6) permite la extracción de madera, a lo más, una vez por rodal. La restricción (7) impone requerimientos de integralidad sobre las variables de decisión. La restricción (8) es una función recursiva que evita que cualquier conjunto posible de rodales en los que forme parte el bloque  $x_{it}$  rebase un área máxima  $A$ , y que ese conjunto sea adyacente a otro conjunto vecino, y a su vez, que los conjuntos vecinos sean adyacentes a otros conjuntos, y así en lo sucesivo.

### Metodología

La serie de pasos a seguir para obtener una óptima calendarización de los rodales a cosechar a través del tiempo es la siguiente. En el paso 1, una vez obtenido el mapa del bosque que se va a administrar, se hace la rodalización de primer y segundo orden; para la de primer orden se identifican los rodales que están

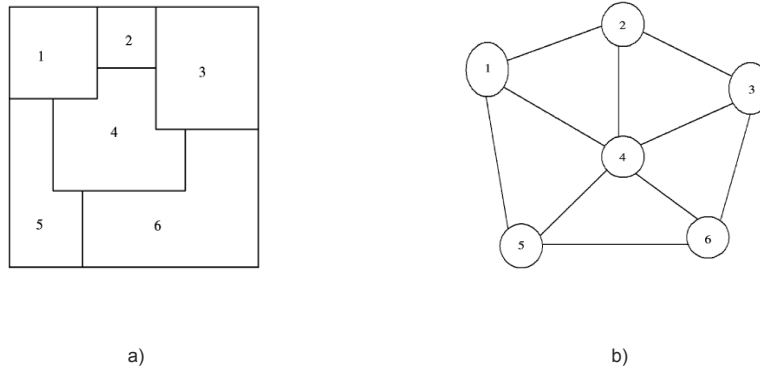


Figura 5. Conversión de bloques adyacentes (a), a un grafo planar (b)

determinados por las condiciones de orografía y pendiente del lugar, y para la la de segundo orden se identifican los subrodas, que están determinados por las especies vegetales. En el paso 2, se convierten los rodales, o subrodas encontrados, en nodos y las adyacencias o contigüidades entre los rodales en aristas, de modo que se forme un grafo planar, en el que no existan cruces entre las aristas, como lo sugiere la Figura 5.

En el paso 3 se ha de definir el horizonte planeación (HP) o período de gestión en el que se planeará la cosecha. Esta etapa depende de la edad de maduración promedio de las especies de árbol por rodal, ya en estos métodos de solución cada rodal puede talarse una sola vez a través de todos los períodos que estén contenidos en el HP y si éste último se define muy grande o muy pequeño respecto a la edad de madurez, puede subaprovecharse el bosque. El paso 4 define el pronóstico del volumen de madera que habrá en cada rodal a través de todos los períodos. En el paso 5 se definen los límites superiores e inferiores de madera a extraer de cada rodal, dependiendo en el primer caso de leyes o restricciones tácticas y ecológicas que limiten la cantidad de madera a extraer del bosque, y en el segundo caso de expectativas mínimas de producción maderable. Si el problema se apega al modelo URM, el sexto paso se basa en alimentar en un ordenador la estructura del modelo con todos los datos obtenidos para obtener como resultado un calendario o programa con la especificación de qué rodales a cortar y en qué período hacerlo. Para este trabajo el solver de modelación matemática empleado fue GAMS. Si el problema se apega al modelo ARM, el último paso es llenar los datos de la instancia del bosque en la interfase de la aplicación, aún por diseñar, para finalmente ejecutar la aplicación y obtener los resultados.

## Resultados

Los resultados experimentales preliminares permiten saber que el URM y el URM1 permiten encontrar la solución óptima en un tiempo computacional corto para bosques compuestos de hasta 1000 rodales y con horizontes de planificación de hasta 9 períodos.

### URM y URM1 con generador de instancias

Para verificar lo afirmado en la literatura respecto a la manera en que se presentan los pares adyacentes



Rodales	Pares adyacentes
50	78
100	170
150	257
250	464
350	646
450	862
600	1172
800	1567
1000	1947

Tabla 1. Crecimiento de los bloques adyacentes en relación al número de bloques

Tiempos de ejecución URM para nueve períodos		
Instancia	Número de rodales	Tiempo ejecución (s)
1-URM	450	.236
2-URM	600	.328
3-URM	800	.429
4-URM	1000	.539

Tabla 2. Tiempos de ejecución para el modelo URM

Tiempos de ejecución URM1 para nueve períodos		
Instancia	Número de rodales	Tiempo ejecución (s)
1-URM1	450	.231
2-URM1	650	.317
3-URM1	800	.412
4-URM1	1000	.515

Tabla 3. Tiempos de ejecución para el modelo URM1

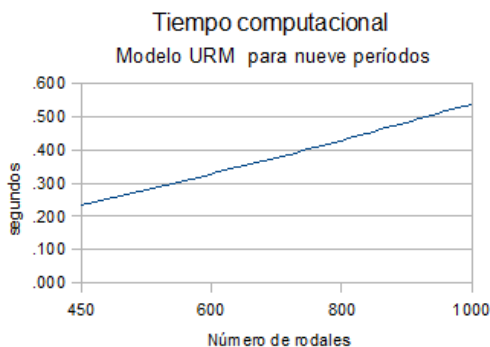


Figura 6. Gráfica de tiempos de ejecución para el URM

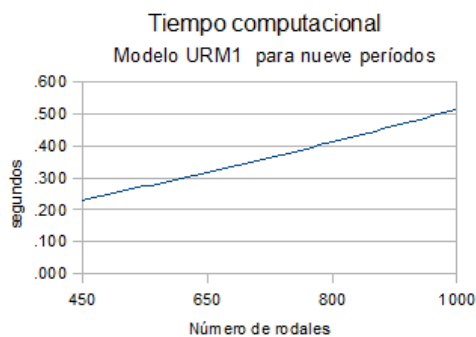


Figura 7. Gráfica de tiempos de ejecución para el URM1

según la cantidad de rodales, se hicieron pruebas con datos obtenidos de un generador de instancias para el modelo URM. En la segunda tabla se observan los tiempos computacionales de ejecución para bosques que van desde 450 hasta 1000 bloques. En la Tabla 1 se muestra un ejemplo de la cantidad de restricciones de adyacencia requeridas para instancias desde 50 hasta 1000 rodales, y se observa que la relación de crecimiento no es exponencial. En las Tablas 2 y 3 se ilustra cómo el tiempo de ejecución computacional para encontrar la solución óptima para los modelos URM y URM1, aún en el caso de 1000 rodales, no excede un segundo de tiempo-máquina. En las Figuras 6 y 7 se muestra gráficamente éste incremento del tiempo computacional requerido para con instancias de diferente tamaño. Como se puede observar el incremento es de tipo lineal para ambos modelos. Las características del ordenador utilizado para estos experimentos son: Modelo: SUNW,Sun-Fire-V440; procesador: sparc; versión sistema operativo 5.9.

## Discusiones

Contrario a lo esperado en el inicio de la experimentación con el modelo URM, que está ubicado en una familia de problemas no triviales, el tiempo de cómputo no creció de forma exponencial con el tamaño del problema hasta instancias de 1000 bloques y nueve períodos. Sin embargo, y a pesar de que la

experimentación para esa cantidad de bloques es considerada suficiente por el hecho de que un bosque difícilmente contendrá tal número de rodales, es de esperar que si la experimentación siguiera con instancias mayores se encontrará una cantidad de bloques en la que, de ahí en lo sucesivo para instancias de mayor tamaño, el tiempo computacional se volverá intratable, ya que se sabe que el URM al igual que el ARM son problemas con restricciones de adyacencia, catalogados como problemas NP-Difíciles.

## Conclusiones

La experimentación hasta el momento sugiere que para resolver los modelos URM y URM1 con instancias iguales o menores a 1000 rodales y nueve períodos se utiliza el método exacto, es decir, la introducción directa de los datos a un programa optimizador de programas enteros mixtos lineales (e.g. GAMS/CPLEX) que una vez configurado con la estructura específica de los modelos matemáticos permitirá obtener la solución óptima en un tiempo computacional corto. La literatura sugiere que para el modelo ARM, que es combinatoriamente más complicado que el URM, se deberá diseñar un método heurístico que ayude a encontrar soluciones de buena calidad cercanas al óptimo en tiempos computacionales reducidos.

## Referencias

- A.T. Murray (2007). Spatial environmental concerns. En *Handbook of Operations Research in Natural Resources*, Capítulo 22, pp. 419-429, International Series in Operations Research & Management Science, Volumen 99, Springer, Berlín, 2007.
- A. T. Murray (1999). Spatial restrictions in harvest scheduling. *Forest Science* 45( 1), pp.45-52.
- M. Goycoolea, A.T. Murray, F. Barahona, R. Epstein y A. Weintraub (2005). Harvest scheduling subject to maximum area restrictions: exploring exact approaches. *Operations Research*, 53(3), pp.490-500.
- A. T. Murray, M. Goycoolea y A. Weintraub (2004). Incorporating average and maximum area restrictions in harvest scheduling models. *Canadian Journal of Forest Research*, 34, pp.456-464.
- D. Granados-Sánchez, G. F. López-Ríos y M. A. Hernández-García (2007), Ecología y silvicultura en bosques templados. *Revista Chapingo. Serie ciencias forestales y del ambiente*, 13, 001, pp. 67-83.
- A.T. Murray y A. Weintraub (2002). Scale and unit specification influences in harvest scheduling with maximum area restrictions. *Forest Science*, 48(4), pp.779-789.
- E. A. Gunn y E. W. Richards (2005). Solving the adjacency problem with stand-centred constraints. *Canadian Journal of Forest Research*, 35, pp.832-842.
- A. T. Murray y R. L. Church (1995). Heuristic solution approaches to operational forest planning problems. *OR Spektrum* 17, pp.193-203.
- O'Hare, A., B. H. Faaland y B. B. Bare (1989). Spatially constrained timber harvest scheduling. *Canadian Journal of Forest Research*, 19, pp.715-724.
- H. M. Hoganson y J. G. Borges (1998). Using dynamic programming and overlapping subproblems to address adjacency in large harvest scheduling problems. *Forest Science*, 44, pp.526-538.
- F. Hillier y G. Lieberman (2002). *Investigación de Operaciones*. Séptima Edición. McGraw-Hill. México.
- Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales, México (2006). *Atlas del Medio Ambiente y Recursos Naturales*.