

XIV ELAVIO, El Fuerte, Sinaloa, México, 9-14 de agosto de 2009

PROCEDIMIENTO GRASP MULTIOBJETIVO PARA EL DISEÑO DE TERRITORIOS COMERCIALES

María Angélica Salazar-Aguilar¹, Roger Z. Ríos-Mercado

Posgrado en Ingeniería de Sistemas
Universidad Autónoma de Nuevo León
San Nicolás de los Garza, NL, México
angy@yalma.fime.uanl.mx

José Luis González-Velarde

Centro de Calidad y Manufactura
Tecnológico de Monterrey
Monterrey, NL, México

Palabras Clave: GRASP, problema de diseño de territorios (TDP), optimización multiobjetivo.

Resumen: *El propósito de este trabajo es presentar un procedimiento heurístico basado en GRASP, que permite resolver un problema de diseño de territorios comerciales con múltiples objetivos. Se propone esta técnica heurística porque en nuestro estudio previo encontramos que instancias de tamaño real resultan ser intratables mediante técnicas de solución exacta. El problema de estudio tiene su origen en una empresa repartidora de productos embotellados, la cual busca la creación de un número fijo de territorios y cada uno de ellos debe ser compacto, conexo y balanceado con respecto al número de clientes y volumen de ventas asignados. La compactidad y balance con respecto al número de clientes son manejados como objetivos en el problema de optimización y el resto de los criterios son considerados como restricciones. Es la primera vez que se aborda la versión multiobjetivo del problema y la contribución principal de este trabajo es la técnica de solución propuesta. Resultados previos muestran un buen desempeño de la misma.*

1. Introducción

El problema de diseño de territorios comerciales relacionado con el presente trabajo fue introducido por Ríos-Mercado y Fernández (2009). En ese trabajo se consideraron tres medidas de balance así como restricciones de conexidad en cada uno de los territorios. Usaron como medida de dispersión la función objetivo del problema de p -centro. Debido a la complejidad del problema, los autores propusieron un procedimiento heurístico basado en GRASP reactivo. La experimentación computacional arrojó que el procedimiento propuesto produce resultados de mejor calidad que los obtenidos mediante técnicas implementadas por la empresa. Por otra parte, Segura-Ramiro et al. (2007) desarrollaron un método de localización-asignación para un problema de diseño de territorios comerciales. La función de dispersión utilizada fue del tipo p -mediana y consideraron dos criterios de balance en los territorios. Adicionalmente, en este trabajo propusieron una heurística para resolución de áreas división en la que se consideran criterios de conexidad y balance de los territorios. En su trabajo experimental reportaron resultados exitosos para problemas con 500 y 1000 unidades básicas.

El problema de diseño territorial aparece en múltiples aplicaciones, como puede observarse en Kalcsics et al. (2005) las aplicaciones más relevantes se encuentran en el diseño de distritos políticos y en el diseño de territorios de ventas. En la mayoría de las aplicaciones se consideran problemas de un solo objetivo,

¹ Proyecto apoyado por SEP-CONACYT 48499-Y

sin embargo en aplicaciones reales es común que se busque la optimización de más de un criterio. En la literatura se encontraron pocos trabajos de diseño territorial multiobjetivo. Específicamente en el diseño de territorios comerciales, no se encontró trabajo alguno para el caso multiobjetivo. De esta forma, la contribución principal de este trabajo es el estudio de la versión multiobjetivo del caso estudiado por Segura-Ramiro et al., (2007) y la técnica de solución basada en GRASP.

En nuestro trabajo previo se resolvió el problema multiobjetivo de forma exacta mediante una implementación del método C-restringido. Sin embargo, instancias con más de 200 unidades básicas fueron intratables con el método exacto. Adicionalmente, buscamos dar solución a instancias con 2000 unidades (caso real) las cuales son inmanejables con la técnica exacta. Por estas razones, proponemos un algoritmo heurístico basado en GRASP, en el cual se explotan al máximo las características del problema. El GRASP consiste básicamente de dos fases: una fase de construcción y una fase de post-procesamiento (búsqueda local multiobjetivo). Resultados preliminares muestran un buen desempeño del método.

2. Descripción del problema

El problema estudiado en este trabajo proviene de una empresa distribuidora de refrescos que está localizada en la ciudad de Monterrey, N. L., México. Para sus fines comerciales, la compañía desea particionar un conjunto de puntos de venta en un número fijo de grupos (territorios) que deben cumplir ciertos criterios de planeación. Utilizamos la manzana geográfica como unidad básica, de esta forma, una manzana agrupa una cantidad de clientes y tiene asociado también un volumen de ventas que se determina mediante la suma de el volumen de ventas de los clientes individuales que se ubican dentro de la manzana. Además, tiene coordenadas geográficas asociadas, en este caso corresponden al centro de la manzana. La empresa considera los siguientes criterios de planeación relevantes: a) Asignación exclusiva y creación de un número fijo de territorios. b) Compacidad. Consiste en garantizar que los clientes que pertenecen al mismo territorio estén relativamente cerca unos de otros. Es de esperarse que en la etapa de ruteo un territorio compacto conduzca a la creación de rutas más cortas que un territorio no compacto, (Figura 1).

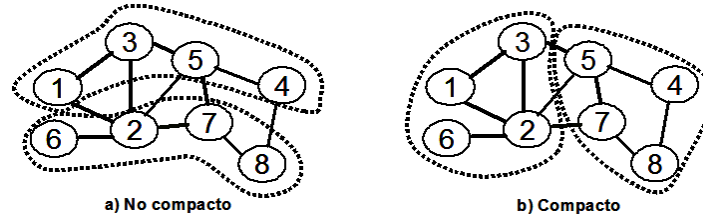


Figura 1. Diseño de territorios: Compactos vs. No compactos

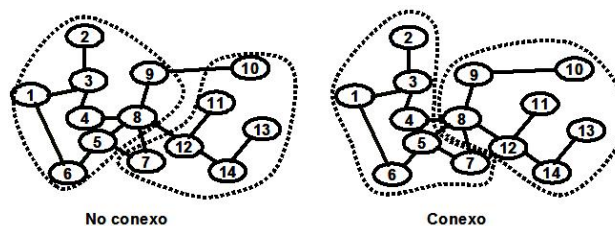


Figura 2. Diseño de territorios: Conexos vs. No conexos

c) Conexidad. Consiste en garantizar que existe una forma de ir de un nodo a cualquier otro nodo dentro del mismo territorio sin tener que pasar por otros territorios. Por ejemplo, en la Figura 2 se ve que el grafo de la izquierda el no conexo, porque en el territorio del lado derecho los nodos 7 y 10 no están conectados con el resto de los nodos que pertenecen al territorio. d) Balance. Considera dos criterios: balance con respecto al número de clientes y con respecto a la demanda (volumen de ventas).

Conjuntamente con la empresa se determinó que los criterios más importantes son la compacidad y el balance con respecto al número de clientes en los territorios. La compacidad tiene un impacto económico

en la etapa posterior de ruteo y el balance es importante porque permite delegar responsabilidades de manera equitativa. Estos criterios son considerados como objetivos en el problema de optimización y los restantes son tratados como restricciones.

La situación descrita es modelada mediante un grafo $G = (V, E)$ en el que cada nodo $i \in V$ representa una unidad básica (manzana) y si dos unidades básicas $i, j \in V$ son contiguas, entonces existe una arista entre ellas. Sea $w_i^{(a)}$ el valor de actividad a en el nodo i , donde $a = 1$ (cantidad de clientes) y $a = 2$ (volumen de ventas). Un territorio será un subconjunto de nodos $V_t \subseteq V$ y cada V_t debe inducir un subgrafo conexo de G . El número de territorios está dado por un parámetro fijo p y cada nodo debe ser asignado exclusivamente a un territorio. El tamaño de un territorio t con respecto a cada medida de actividad se determina por $W^{(a)}(V_t) = \sum_{i \in V_t} w_i^{(a)}$. Se requieren territorios perfectamente balanceados,

sin embargo, debido a la naturaleza discreta del problema y a la asignación exclusiva, resulta prácticamente imposible cumplir con ese requerimiento. Por ello, se introduce un parámetro de tolerancia $\tau^{(2)}$ para el volumen de ventas, el cual permite una desviación relativa con respecto al tamaño promedio

o valor deseado $\mu^{(a)} = \frac{\sum_{i \in V} w_i^{(a)}}{p}$ en cada territorio. Para garantizar compacidad se minimiza una

medida de dispersión basada en el objetivo de p -mediana y para el balance con respecto al número de clientes se minimiza la máxima desviación con respecto al valor promedio $\mu^{(1)}$. En el problema de optimización resultante se tienen las variables de decisión x_{ji} y dos objetivos a ser minimizados, todo sujeto a un conjunto de restricciones que por cuestiones de espacio no aparecen explícitamente en este documento.

Variables de decisión $x_{ji} = \begin{cases} 1 & \text{Si la unidad básica } j \text{ es asignada al territorio con centro en } i, \quad i, j \in V \\ 0 & \text{Otro caso} \end{cases}$

Objetivos

$$z_1 = \sum_{j \in V} \sum_{i \in V} d_{ji} x_{ji} \quad (1)$$

$$z_2 = \max_{i \in V} \left\{ \frac{1}{\mu^{(1)}} \left| \sum_{j \in V} w_j^{(1)} x_{ji} - \mu^{(1)} x_{ii} \right| \right\} \quad (2)$$

donde d_{ji} es la distancia euclidiana del nodo i al nodo j .

3. Procedimiento GRASP propuesto

Para resolver el problema de optimización multiobjetivo se propone una técnica heurística basada en GRASP, se sabe que esta metaheurística es una buena combinación entre los algoritmos constructivos voraces y los aleatorios. Consta de dos fases principales: fase de construcción y fase de post-procesamiento, ha sido aplicada con éxito a una amplia gama de problemas de optimización combinatoria.

En la fase de construcción se intenta construir una solución S y en el post-procesamiento se mejora esta solución mediante una búsqueda local. Si la solución construida en la primera fase es factible, la segunda fase se dedica a mejorar el valor de las funciones objetivo, de lo contrario se intenta reducir primeramente la infactibilidad y posteriormente los valores de los objetivos. El GRASP toma como entrada una instancia del TDP, un número máximo de iteraciones, un conjunto de pesos $\lambda \in [0,1]$ para la obtención

de soluciones diversas distribuidas en la frontera eficiente y un parámetro de calidad $\alpha \in [0,1]$ para la creación de la RCL (lista restringida de candidatos).

3.1 Fase de Construcción

La creación de los territorios se lleva a cabo de manera simultánea. Sea $T = \{1, 2, \dots, p\}$, $t \in T$ el índice de los territorios. Inicialmente se resuelve un problema de máxima dispersión para determinar las p semillas $i_1, i_2, \dots, i_p, i_t \in V$, estos nodos sirven para inicializar los p territorios. Es decir se parte de una solución parcial $S = \{V_1, V_2, \dots, V_p\}$ con $V_t = \{i_t\}$, $t \in T$. Los centros iniciales $c_{(t)}$ en esta solución son las semillas obtenidas anteriormente. Estos servirán como punto de referencia para medir la compacidad de los territorios. Posteriormente, cuando se van agregando elementos a un territorio V_t , se recalculan los nuevos centros $c_{(t)}$ en base a la función de dispersión (1). En una iteración dada de GRASP, mientras existan elementos no asignados, se ordenan los territorios de la solución parcial y se lleva a cabo la asignación de nodos al territorio con menor valor en (3) (tamaño relativo considerando el volumen de ventas). Este orden se debe a que el algoritmo propuesto pretende el crecimiento simultáneo de los territorios. Se identifica el territorio t^* y se crea una lista $N(t^*)$ de las posibles asignaciones nodo-territorio. Se evalúa una función voraz (*greedy*) para calcular el costo de cada una de las posibles asignaciones. La función voraz (5) es una combinación convexa de dos componentes relacionados directamente con los dos objetivos del problema. El requerimiento de balance en el volumen de ventas se va garantizando con el crecimiento simultáneo de los territorios. Se determinan los rangos de variación de la función voraz ψ_{\min} y ψ_{\max} (6-7) y se crea la $RCL(t^*)$ considerando el parámetro de calidad α . Posteriormente se selecciona de forma aleatoria un elemento de la $RCL(t^*)$ y se lleva a cabo la asignación. Cuando todos los nodos están asignados, se obtiene una solución S que sirve como entrada para la fase de post-procesamiento en la cual se lleva a cabo una búsqueda local para los diferentes.

$$\varphi(t) = \sum_{i \in V_t} \frac{w_i^{(2)}}{\mu^{(2)}} \quad (3)$$

$$t^* = \arg \min_{t \in T} \varphi(t) \quad (4)$$

$$\psi(j, t^*) = \lambda \frac{d_{j c_{(t^*)}}}{\sum_{i \in V_{t^*}} d_{i c_{(t^*)}}} + (1 - \lambda) \frac{1}{\mu^{(1)}} \max \left\{ \mu^{(1)} - \left(\sum_{i \in V_{t^*}} w_i^{(1)} + w_j^{(1)} \right), \left(\sum_{i \in V_{t^*}} w_i^{(1)} + w_j^{(1)} \right) - \mu^{(1)} \right\} \quad (5)$$

$$\psi_{\min} = \min_{t^*, j \in N(t^*)} \psi(j, t^*) \quad (6)$$

$$\psi_{\max} = \max_{t^*, j \in N(t^*)} \psi(j, t^*) \quad (7)$$

$$RCL(t^*) = \{j : \psi(j, t^*) \in [\psi_{\min}, \psi_{\min} + \alpha[\psi_{\max} - \psi_{\min}]]\} \quad (8)$$

3.2 Fase de post-procesamiento

En la fase de post-procesamiento se realizan búsquedas locales mono objetivo de manera consecutiva (encadenada). Durante esta fase de mejora la infactibilidad se trata como objetivo y al final sólo se consideran las soluciones que son factibles. Inicialmente el procedimiento consiste en optimizar para el primer objetivo (ignorando el resto) y la mejor solución encontrada se toma ahora como punto de partida para la optimización del segundo objetivo. Así, la mejor solución encontrada para este segundo objetivo será punto de arranque para la optimización del tercer objetivo. Cuando se llega a la optimización del último objetivo, se realiza una última optimización que intenta cerrar un ciclo, es decir se considera la

mejor solución encontrada en la optimización del último objetivo y con ésta se intenta mejorar el primer objetivo.

Al final se tienen soluciones diversas y para tratar de rellenar los huecos en la frontera eficiente, se exploran los vecinos de las soluciones que pertenecen a la frontera eficiente. Se marcan las soluciones de la frontera que ya han sido exploradas. Para cada solución visitada se verifica si se debe o no actualizar la lista de soluciones eficientes, el algoritmo termina cuando todas las soluciones de la lista de eficientes han sido exploradas. A continuación se describirá brevemente la exploración de la vecindad.

En una solución actual S se tiene una p -partición de V tal que $S = \{V_1, V_2, \dots, V_p\}$, cada V_t tiene asociado un centro $c_{(t)}$ y cada $i \in V_t$ posee un índice del territorio al que pertenece $t(i) = t$. Partiendo de esta solución S , se explora el vecindario $N(S)$ durante un número máximo de iteraciones. Se va actualizando si es necesario el conjunto de soluciones potencialmente no dominadas. El vecindario de la solución actual S está definido por el conjunto de soluciones obtenidas mediante todos los posibles movimientos tales que una unidad básica $i \in V_t$ es reasignada a otro territorio adyacente $V_{t(j)}$, $t(j) \neq t(i)$ dentro de la partición definida en S . El movimiento existe siempre y cuando éste induzca a territorios conexos. Es decir, cada posible movimiento $move(i, j)$ indica que el nodo $i \in V_{t(i)}$ se cambia al territorio $V_{t(j)}$ donde $(i, j) \in E$, $t(i) \neq t(j)$. Supongamos que partiendo de la solución S se selecciona $move(i, j)$, la estructura de la solución S antes de realizar el movimiento es $S = \{\dots, V_{t(i)}, \dots, V_{t(j)}, \dots\}$, después del movimiento se obtiene la solución vecina $\bar{S} = \{\dots, V_{t(i)} - \{i\}, \dots, V_{t(j)} \cup \{i\}, \dots\}$. Para una solución dada se evalúan tres componentes principales: la infactibilidad (9), la dispersión (1) y la desviación máxima (2) con respecto al número promedio de clientes.

$$\eta(S) = \frac{1}{\mu^{(2)}} \sum_{t \in T} \max \{W^{(2)}(V_t) - (1 + \tau^{(2)})\mu^{(2)}, (1 - \tau^{(2)})\mu^{(2)} - W^{(2)}(V_t), 0\} \quad (9)$$

Un movimiento se acepta si la solución producida por éste representa una mejora en el objetivo que se está optimizando. Cuando un movimiento $move(i, j)$ se acepta y la solución generada es factible, se actualiza el conjunto de soluciones no-dominadas siguiendo la definición de optimalidad en el sentido pareto, ver Ehrgott (2005).

4. Conclusiones

En este trabajo se estudia el caso multiobjetivo del problema de diseño de territorios comerciales y se propone un procedimiento basado en GRASP para dar solución a instancias de tamaño real. Resultados preliminares muestran un buen desempeño del procedimiento propuesto.

Referencias

Ríos-Mercado R. Z., y Fernández E. A. (2009) "A reactive GRASP for a commercial territory design problem with multiple balancing requirements", *Computers & Operations Research* 36, 755-776 .

Segura-Ramiro J. A., Ríos-Mercado R. Z., Álvarez-Socarrás A. M., y De Alba Romenus K. (2007) "A Location-Allocation Heuristic for a Territory Design Problem in a Beverage Distribution Firm", in *Proceedings of the 12th Annual International Conference on Industrial Engineering Theory, Applications, and Practice (IJIE)*, J. E. Fernandez, S. Noriega, A. Mital, S. E. Butt, y T. K. Fredericks (eds), 428-434, Cancún, México.

Kalcsics J., Nickel S., y Schröder M. (2005) "Towards a United Territorial Design Approach: Applications, Algorithms, and GIS Integration", *Top* 13, 1-56.

Ehrgott M. (2005) *Multicriteria Optimization*, New York: Springer.