XIV ELAVIO, El Fuerte, Sinaloa, México, 9-14 de agosto de 2009

DISEÑO DE TERRITORIOS COMERCIALES CON COSTOS DE RUTEO

Juan Carlos Salazar Acosta[1], Roger Z. Ríos Mercado[1]
Universidad Autónoma de Nuevo León
San Nicolás de los Garza, Nuevo León, México
{jcsa, roger}@yalma.fime.uanlmx

Palabras Clave: diseño territorial, distancia de red, costos de ruteo, metaheurísticas, GRASP

Resumen*:* *El objetivo principal de una empresa distribuidora de bebidas es construir territorios compactos a partir de unidades geográficas (manzanas de la ciudad). Múltiple balance territorial y conexidad son requeridos. Este trabajo aborda el uso de la distancia de red a diferencia de la comúnmente utilizada distancia Euclideana. Además, se introduce la evaluación de costos de ruteo en el proceso de decisión. Debido a que un vehículo atiende a cada territorio, en este trabajo se propone una metodología de solución GRASP (Procedimiento de Búsqueda Adaptativo, Voraz y Aleatorizado) donde la función de mérito de la búsqueda local intenta aprovechar la estructura del Problema del Agente Viajero (TSP) para cada territorio. Experimentos sobre instancias de hasta 1000 nodos son reportados.*

1. Introducción

El diseño territorial consiste en agrupar unidades geográficas en segmentos de mayor tamaño denominados territorios. Existen diversas aplicaciones: diseño de territorios políticos y escolares (Garfinkel y Nemhauser 1986), territorios de ventas (Kalcsics et. al., 2005), de servicios (Blais et. al., 2003), etc. En este trabajo se aborda un problema de territorios comerciales que surge a partir de las necesidades de una empresa distribuidora de bebidas. Los requerimientos de la empresa para la construcción de los territorios son los siguientes:
La empresa desea territorios balanceados con respecto a dos diferentes actividades: el número de clientes y la demanda total. La conectividad es necesaria dentro de cada territorio para permitir la entrega de los productos (cada unidad puede ser alcanzada a partir de cualquier otra). También, se desea obtener territorios compactos de manera que los clientes estén lo más cerca posible entre ellos.
Este problema fue introducido por Ríos-Mercado y Fernández (2006), además de algunas variaciones (Caballero-Hernández et. al., 2007; Segura-Ramiro et. al., 2007). A diferencia de de la distancia Euclideana, en la cual se basan los trabajos antes mencionados, nuestro enfoque de distancia de red es más representativo en el mundo real.
Como segunda etapa en la planeación, la empresa realiza un ruteo para cada territorio para cumplir con la demanda establecida en cada uno de ellos. La introducción de costos de ruteo en nuestro trabajo es realizada dentro del proceso de decisión, para que de esta manera se obtengan territorios con una buena evaluación de estos costos, sin perder el objetivo de la compacidad. Algunos trabajos han empleado una combinación de diseño territorial con ruteo, por ejemplo, Haugland et. al. (2007) abordan un problema de diseño de rutas escolares para el cual realizan en una primera etapa el diseño territorial, seguida del ruteo. En este trabajo se introducen los costos de ruteo por primera vez para este tipo de problema.

2. Planteamiento del problema

[1] Agradecemos a SEP-CONACyT (48499-Y), a UANL-PAICYT (CA1478-07)

2.1 Descripción

Nuestra red de distribución es representada mediante un grafo plano $G(V, E)$ no dirigido, donde V es el conjunto de vértices y E el conjunto de aristas. A cada vértice se le asocia una unidad básica (UB). Una arista, $(i, j) \in E$, $i, j \in V$, entre dos manzanas representa la existencia de una conexión directa entre ellas (Figura 2.1). Donde su peso está definido por la distancia Euclideana d_{ij}.

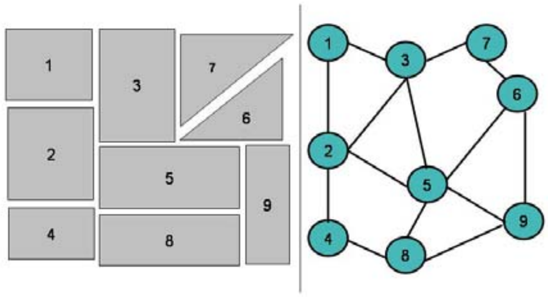

Figure 2.1: Representación en la red de las manzanas de la ciudad

Cada vértice tiene asignado dos actividades, $a \in A = \{1, 2\}$, el número de clientes y la demanda total. Sea $V_k \subset V$ un territorio, $k = 1, 2, 3, ..., p$, entonces $w^a(V_k) = \sum_{i \in V_k} w_i^a$, $a \in A$, representa la medida del territorio V_k con respecto a la actividad a. w_i^a representa la medida de la actividad a en el vértice i. El número de territorios a construir está dado por el parámetro p, definido por la empresa.

El objetivo es obtener territorios que tengan la medida perfecta de balance con respecto a ambas actividades, la cual definimos para la actividad a como: $\mu^a = w^a(V)/p$. La naturaleza discreta del problema hace que sea casi imposible obtener territorios con esta medida. Para esto, la empresa define un parámetro τ como desviación a la medida perfecta de balanceo μ^a.

Definamos $T_{ij}^{V_k}$ como la ruta más corta entre i,j en el subgrafo $G'(V_k,E(V_k))$ y $t_{ij}^{V_k}$ su longitud. Definimos ahora la compacidad mediante el uso de una medida de dispersión muy utilizada (diámetro):

$$f(V_1,...,V_p) = \max_{k=1,...p}\{\max_{i,j \in V_k}\{t_{ij}^{V_k}\}\} .$$

Se requiere además, que cada territorio sea conexo. Es decir, que sea posible visitar cada vértice del territorio sin salir del mismo.

2.2 Costos de Ruteo

Cada territorio, visto como un subgrafo de G, requiere la distribución del producto para cada UB. Suponiendo que este costo es proporcional a al distancia recorrida, hay dos formas de abordar el problema. Uno es verlo como un VRP con restricciones adicionales de sistemas territoriales. Sin embargo, resolver el VRP y el TDP simultáneamente impone un grado de dificultad bastante grande. Además, en el contexto empresarial es de mucha mayor importancia obtener territorios compactos. Por tal motivo, optamos por abordar el problema partiendo de la obtención de territorios compactos e incorporar el costo de ruteo viendo cada territorio individualmente. Calcular el costo de ruteo para un territorio ya formado, puede verse como resolver un Problema del Agente Viajero (TSP).

Debido a que nuestra red de distribución, $G(V, A)$, es considerada como un grafo plano, $G(V, A)$ no es completo. Es por esto, que para aprovechar la estructura del TSP, sustituimos la matriz de distancias por la matriz de rutas más cortas. Lo que obtendríamos como respuesta al resolver un TSP con esta sustitución no es un tour en sí, pero estaríamos encontrando la ruta que minimiza el costo de recorrer cada vértice del territorio. Así podemos definir la siguiente función de costo:

$$\sum_{k=1,...p} TSP(V_k) ,$$

donde $TSP(V_k) = \sum_{n(i) \in V_k} t_{n(i)n(i+1)}^{V_k}$, *n(i)* representa al nodo de la posición *i* en la permutación $n \in \Theta(V_k)$, que es el conjunto de todas las posibles permutaciones de V_k.

2.3 Modelo Combinatorio

Sea Π = Colección de todas las posibles *p*-particiones de V. Definimos nuestro siguiente modelo:

$$\min_{X \in \Pi} f(X) = \lambda \max_{k=1,\dots p} \{ \max_{i,j \in X_k} \{ t_{ij}^{X_k} \} \} + (1-\lambda) \sum_{k=1,..,p} TSP(X_k) \qquad \textbf{(1)}$$

Sujeto a

$$w^a(X_k) = \sum_{i \in X_k} w_i^a \in [(1-\tau)^a \mu^a, (1+\tau)^a \mu^a] \text{ , } a = A \qquad \textbf{(2)}$$

$$G(X_k, E(X_k)) \text{ es conexo } \forall k = 1, 2, \dots, \text{p} \qquad \textbf{(3)}$$

con $TSP(X_k) = \sum_{n(i) \in X_k} t_{n(i)n(i+1)}^{X_k}$, $n \in \Theta(V_k)$.

La función objetivo (1) es una combinación convexa ($0 \le \lambda \le 1$) entre la función de dispersión y los costos de ruteo (que hacen referencia a un TSP para cada territorio). Las restricciones (2) aseguran el balance territorial con respecto a ambas actividades. El requerimiento de conexidad (3) complementa el modelo.

3. Método de Solución

GRASP es una metodología muy utilizada para resolver numerosos problemas combinatorios. Cada iteración de GRASP consta de dos fases: la fase de construcción y el postprocesamiento. Nuestro método de solución está basado en el enfoque de Ríos Mercado y Fernández (2006). La fase de construcción solo toma en cuenta la dispersión, además de un término que maneja las infactibilidades con respecto a las restricciones de balance (2). La fase de postprocesamiento consiste en una búsqueda local con un solo vecindario, además de que los costos de ruteo son introducidos aquí. La conexidad se mantiene a lo largo de todo el algoritmo

3.1 Construcción

El método considera, a partir de una iteración dada, un territorio parcial e intenta ya sea asignarle un nodo que no ha sido considerado ó cerrar el territorio actual y comenzar uno nuevo. Sustituiremos la matriz de distancias Euclideanas d_{ij}, por la matriz de rutas más cortas t_{ij}. Observemos que utilizar $t_{ij}^{V_k}$, $V_k \subset V$, es demasiado costoso debido a la dependencia de este parámetro con la solución.

Sea V_k el territorio actualmente activo, sea *v* un nodo aún no ha sido asignado a algún territorio, se dice que es un nodo candidato. Así, la función voraz queda definida como sigue:

$$\phi(v) = \lambda F_k(v) + (1-\lambda) G_k(v),$$

con $F_k(v) = f(V_k \cup \{v\}) = \max_{i,j \in V_k} \{ f(V_k), \max_{j \in V_k} t_{vj} \}$, representando el término de la dispersión y

$$G_k(V_k) = \sum_{a \in A} g^a(V_k),$$

donde, $g^a(V_k) = (1/\mu^q) \max\{ w^a(V_k \cup \{v\}) - (1+\tau^a)\mu^a, 0 \}$, es la suma de las infactibilidades con respecto a las restricciones de balance, con respecto a su cota superior $(1+\tau^a)\mu^a$.

Siguiendo la metodología GRASP, una lista restringida de candidatos (*RCL*) es construida para obtener los mejores valores de la función greedy de todos los movimientos posibles (α 100%). Las lista se restringe por umbral de calidad α. Es decir, RCL es formada de todos aquellos elementos cuya evaluación de la función voraz está dentro de un $\alpha\%$ de la mejor posible.
Así, V_k es construido hasta que el criterio de las actividades de balance es violado y es cuando se decide cerrar el territorio y abrir uno nuevo. Al final de la construcción q territorios son construidos.

3.2 Fase de Ajuste

El número final de territorios q puede no ser p, además de no tener territorios totalmente balanceados con respecto a ambas actividades. En esta fase se intenta obtener el número deseado de territorios p de manera que, si $q < p$, se combinan territorios y si $q > p$, se dividen territorios. Para realizar la operación de combinar territorios, tomamos el territorio de menor tamaño y lo unimos al territorio vecino de menor tamaño, esto se realiza iterativamente hasta que $q = p$. En contraste con la operación de combinar territorios, dividir un territorio resulta por sí mismo un TDP. Esta operación toma el territorio de mayor tamaño y lo divide en dos territorios conexos aplicando el mismo algoritmo con $p = 2$, y de igual manera, se realiza hasta que $q = p$.

3.3 Búsqueda Local

Después de tener el número de territorios requerido, se obtiene el valor óptimo de la suma de costos de ruteo para cada territorio construido. Para obtener este valor óptimo, empleamos un método de ramificación y corte que resuelve un TSP para cada territorio.
Sea $S = V_1, V_2, ..., V_p$ una partición de V, entonces la función de mérito se encuentra definida de la siguiente manera:

$$\psi(S) = \lambda F(S) + \sigma G(S) + \gamma H(S),$$

donde $F(S) = \max_{k=1,\dots p}\{\max_{i,j\in V_k}\{t_{i,j}^{V_k}\}\}$ es la función de dispersión, $G(S) = \sum_{k=1,\dots p} TSP(V_k)$ son los costos de ruteo y $H(S) = \sum_{k=1}^{p}\sum_{a\in A} h^a(V_k)$ es la suma de infactibilidades con respecto a las restricciones de balance; donde $TSP(V_k)$ es dado en la sección 2.2, y $h^a = (1/\mu^q)$ $\max\{w^a(V_k) - (1+\tau^a)\mu^a, (1+\tau^a)\mu^a - w^a(V_k), 0\}$. $0 \le \lambda \le 1$, mientras que los parámetros σ y γ son autoajustables. Para σ tenemos que si la solución mejora, se divide entre dos y en caso contrario toma el doble de su valor. En el caso de γ, si l-número de iteraciones la solución es factible, se divide entre dos y si l-número de iteraciones es infactible toma el doble de su valor actual.
Para realizar un movimiento es necesario localizar un nodo i en algún territorio que llamaremos $t(i)$ de tal forma que exista una arista (i, j) tal que $j \notin t(i)$. Así, si al momento de mover i al territorio $t(j)$, la conectividad de ambos territorios $t(i)$ y $t(j)$ se mantiene, entonces diremos que el movimiento es válido.

4. Desempeño computacional

El procedimiento fue compilado en C++ de GNU (g++ 4.1.3) bajo un sistema operativo Ubuntu-Linux 8.10. Utilizamos las instancias generadas a partir de datos del mundo real en (Caballero-Hernández et. al., 2007). El número de territorios a construir es de $p = 30$ y la tolerancia $\tau = 0.05$. Además, se ajustaron los parámetros del algoritmo de la siguiente forma: $\alpha = 0.2$, $\lambda_{cons} = 0.8$ y $\lambda_{ls} = 0.6$.
El algoritmo provee tres diferentes respuestas: mejor función objetivo, mejor dispersión y mejor evaluación de costos de ruteo. Se utilizaron 30 instancias generadas a partir de datos del mundo real.
Algunos resultados preliminares se muestran en la tabla 4.1.

Instancias 1000 nodos (τ=0.05)		Dispersion	Costos de Ruteo	Infact. (prom)
Objetivo	Mejor	176.642	16387.1	
	Promedio	190.814	17163.7	0.00750
	Peor	223.887	18086	
Dispersión	Mejor	168.721	16932.6	
	Promedio	182.077	17773.0	0.09396
	Peor	191.387	18568.2	
Costos de Ruteo	Mejor	181.861	16347.8	
	Promedio	227.581	16814.4	0.10527
	Peor	302.801	17224	

Tabla 4.1: Comparación de las tres respuestas del algoritmo GRASP

Podemos observar en la tabla que la respuesta de los costos de ruteo provee la peor dispersión. De igual manera, la respuesta de dispersión provee los peores costos de ruteo. Como se esperaba, los resultados provistos por la función objetivo tienen un mayor balance entre ambos (dispersión y costos de ruteo). La suma promedio de infactibilidades también fue la menor con la respuesta de nuestra función objetivo.

5. Trabajo en Proceso

Un método que introdujo costos de ruteo en el proceso de decisión fue desarrollado. De esta manera podemos obtener tres respuestas, que aunque no son un frente de Pareto, proveen al tomador de decisiones con diversidad para elegir la que mejor se ajuste a sus necesidades.
En la mayoría de nuestros resultados, el método arrojó soluciones factibles. Estas soluciones pueden ser el comienzo de un algoritmo de búsqueda local más sofisticado como lo es la Búsqueda Local Iterada (ILS) que actualmente se encuentra en proceso de ser implementada.

Referencias

Garfinkel, R.S., Nemhauser (1986) “Optimal Political Districting by Implicit Enumeration Techniques”, *Management Science*

Kalcsics, J., Nickel, S., Schröder, M. (2005) “Towards a Unified Territory Design – Applications, Algorithms and GIS Integration”, *Berichte des Fraunhofer ITWM, Nr, 71*

Blais, M., Lapierre, S.D., Laporte, G. (2003) “Solving a Home-Care Districting Problem in an Urban Setting”, *Journal of Operational Research Society. 54 1141-1147*

Ríos-Mercado, R.Z., Fernández, E. (2009) “A Reactive GRASP for Sales Territory Design Problem with Multiple Balancing Requirements”, Computers and Operations Research, 36(3): 755-776

Caballero-Hernández, S.I., Ríos-Mercado, R.Z., López, F., Schaeffer, S.E. (2007) “Empirical Evaluation of a Metaheuristic for a Commercial Territory Design with Joint Assignment Constraints”, En *Proccedings of the 12th Annual International Conference on Industrial Engineering; Theory, Applications and Practice, pp 422-427, Cancún, México. IJIE*

Segura-Ramiro, J.A., Ríos-Mercado, R.Z., Álvarez-Socarrás, A.M., de Alba-Romenus, K. (2007) “A Location-Allocation Heuristic for a Territory Design Problem in a Beverage Distribution Firm”, En *Proccedings of the 12th Annual International Conference on Industrial Engineering; Theory, Applications and Practice, pp 428-434, Cancún, México. IJIE*

Haugland, D., Ho, S.C., Laporte, G. (2007), “Designing Delivery Districts for the Vehicle Routing Problem with Stochastic Demands”, *European Journal of Operational Research, 180(3): 997-1010*