

Aproximando la Función de Consumo de Combustible en Compresores de Gas Natural

Yanet Villalobos Morales

Roger Z. Ríos Mercado

Programa de Posgrado en Ingeniería de Sistemas

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Universidad Autónoma de Nuevo León

Resumen

En una red de transporte de gas natural, una estación compresora tiene el papel primordial de incrementar la presión del gas en movimiento para mantenerlo fluyendo en el sistema. La cantidad de combustible consumido en cada estación compresora representa el costo más importante en una red de gasoductos. Cada estación está conformada por unidades compresoras individuales, las cuales pueden ser de diversos tipos y estar conectadas de formas diversas dentro de la estación. La función que representa el consumo de combustible en una unidad compresora depende de las presiones nodales a la entrada y salida de la estación, así como del flujo del gas transportado a través de la unidad compresora. Sin embargo, la función es típicamente no lineal, no convexa y difícil de evaluar computacionalmente. En este artículo se lleva a cabo una evaluación computacional de algunas funciones de aproximación (que son más fáciles de evaluar) sobre un grupo de datos de nueve compresores tomados de la industria. Los resultados obtenidos confirman que una de las funciones propuestas aproxima a la función objetivo con bastante precisión ya que el error máximo relativo de la función es menor al 6% y el error promedio relativo es menor al 1% en 8 de los nueve compresores probados. Este resultado puede servir para investigaciones posteriores, en las cuales se puede usar a esta función como una excelente aproximación de la función real con la ventaja de que su evaluación es más económica computacionalmente hablando.

Palabras clave: optimización, red de transporte, consumo de combustible, compresor centrífugo, gas natural.

Abstract

In a natural gas pipeline network, a compressor station plays the roll of incrementing gas pressure to keep it moving through the system. The amount of fuel consumed at each station represents the most important cost factor in a pipeline system. Each station is comprised of individual compressor units, which can be of different types or be hooked-up in a number of ways inside the station. The fuel consumption function in a compressor depends on the node pressures and the mass flow rate through the station. However, this function is typically nonlinear, nonconvex, and difficult to evaluate computationally. In this paper we carry out an empirical evaluation of this function with several approximation functions over a set of collected data from nine compressors units taken from industry. The results confirm that one these proposed functions does a very good job at approximating the real function, obtaining a maximum relative error of 6% and an average relative error of 1%.

Keywords: optimization, transmission network, fuel consumption, centrifugal, compressor, natural gas.

Introducción

El gas natural es transportado a través de un sistema de redes de gasoductos. Al fluir el gas por la red, se pierden energía y presión debido a la fricción que existe entre el gas y las paredes internas de la tubería y a la transferencia de calor que existe entre el gas y sus alrededores. Para sobreponer esta pérdida de energía y mantener el gas en movimiento, estaciones compresoras son instaladas en varios puntos de la red. Típicamente las estaciones consumen un 3-5% del gas que está siendo transportado resultando en un costo por consumo de combustible relativamente alto. Este costo de transportación es significativo porque la cantidad de gas que se transporta anualmente en cualquier sistema es enorme. El problema de toma de decisiones consiste en figurarse la manera de operar los compresores y la red con el objetivo de transportar el gas desde centros de almacenamiento o producción (donde se inyecta gas al sistema) a los diferentes centros de distribución (donde se requiere el gas) al menor costo posible. Ahora bien, la función que representa el consumo de combustible en un compresor es una función no lineal y no convexa. La evaluación de ésta es complicada y como cualquier algoritmo típico para resolver problemas de optimización no lineal (ej. Método del gradiente reducido, Método de descenso más profundo, etc. [1]) requiere evaluar la función objetivo cientos o miles de veces, el tiempo computacional consumido resulta ser relativamente grande. Por tal motivo, se han propuesto otras funciones las cuales aproximan a la función objetivo y cuya evaluación es más económica desde el punto de vista computacional.

Estas funciones fueron evaluadas en [4] utilizando datos de un compresor centrífugo y se observó que una de ellas, la función g_6 , fue la que mejor aproximó a la función objetivo. En este artículo extendemos esta evaluación a un grupo más amplio de compresores diferentes (nueve en total) con datos tomados de la industria, lo cual constituye la principal aportación de este trabajo. Los resultados obtenidos en esta evaluación confirman que la función g_6 es la que mejor aproxima a la función objetivo. El error máximo relativo de esta función es menor al 6% y el error promedio relativo es menor al 1% en ocho de los nueve compresores probados, por lo tanto concluimos que esta función puede representar fielmente a la función objetivo en trabajos posteriores que surjan para el problema de minimización de consumo de combustible en una red de gas natural en estado estable.

Descripción del Compresor

En la industria del gas natural se manejan dos tipos de compresores los cuales son los centrífugos y reciprocantes. En este trabajo se consideran compresores de tipo centrífugo, los cuales son los más comúnmente

utilizados en la industria ya que su construcción sencilla y libre de mantenimiento permite un funcionamiento continuo durante largos periodos y porque pueden trabajar con grandes caudales de flujo lo que no pueden hacer los compresores reciprocantes ya que estos se limitan a una capacidad mucho mas pequeña de caudal.

Las relaciones que describen el dominio de operación factible de un compresor centrífugo se definen de la siguiente forma:

$$\frac{H}{S^2} = A_H + B_H \left(\frac{Q}{S} \right) + C_H \left(\frac{Q}{S} \right)^2 + D_H \left(\frac{Q}{S} \right)^3 \quad (1)$$

$$S^L \leq S \leq S^U$$

$$Q^L \leq Q \leq Q^U$$

donde los coeficientes A_H , B_H , C_H y D_H en (1) son estimados mediante el método de Mínimos Cuadrados en base a una colección de datos tomados del compresor de las cantidades de Q , H y S las cuales son variables que representan el flujo volumétrico (ft^3/min), carga adiabática ($\text{lb-ft}/\text{lbm}^\circ\text{R}$) y la velocidad del compresor (ft/min), respectivamente. Los parámetros S^L y S^U representan los límites de velocidad mínima y máxima respectivamente que puede alcanzar el compresor. Q^L y Q^U son también parámetros que nos indican los límites mínimo y máximo de flujo volumétrico de gas que puede pasar por el compresor, ver Figura 1.

Todo compresor tiene cierto rendimiento según el tipo de construcción. A este rendimiento se le conoce como la eficiencia del compresor. Ésta constituye un factor muy importante en cualquier análisis que involucre un compresor, ya que cuando la eficiencia es alta el compresor consumirá menos cantidad de combustible porque necesitará menos trabajo para impulsar el flujo de gas. La eficiencia del compresor η se describe de la siguiente forma:

$$\eta = A_E + B_E \left(\frac{Q}{S} \right) + C_E \left(\frac{Q}{S} \right)^2 + D_E \left(\frac{Q}{S} \right)^3 \quad (2)$$

donde los coeficientes A_E , B_E , C_E y D_E son también estimados de la misma forma que en (1) usando el método de Mínimos Cuadrados para el ajuste de la curva del compresor.

Desde el punto de vista de modelación de redes es preferible trabajar en términos de flujo de masa y presión del gas ya que el flujo de masa se conserva en cada nodo de la red, lo cual no ocurre en el flujo volumétrico. Por tal motivo, se efectúa una transformación del dominio original de operación del compresor (en función de las variables (H, Q, S) a un dominio en función de las variables (w, P_s, P_d) denotado

como D , donde w (lbm/min) es el flujo de masa a través del compresor, P_s (lbf/in²) es la presión de succión, es decir la presión a la cual el compresor toma el gas del ducto y P_d (lbf/in²) es la presión de descarga o presión a la cual sale el gas del compresor. Como el papel primordial del compresor es incrementar la presión del gas para mantenerlo en circulación se tiene que $P_s < P_d$.

La relación que existe entre este dominio (w, P_s, P_d) y el dominio que conoce el operador en la industria (H, Q, S) es la siguiente:

$$H = ZRT_s \left[\left(\frac{P_s}{P_d} \right)^m - 1 \right] \quad (3)$$

$$Q = ZRT_s \left(\frac{w}{P_s} \right) \quad (4)$$

donde $m = (k-1)/k$, k es la razón de calor específico, Z es el factor de compresibilidad, R es la constante del gas y T_s es la temperatura promedio que se supone constante.

Descripción de la Función de Consumo de Combustible

El consumo de combustible para un compresor centrífugo se representa mediante la siguiente función:

$$g(w, P_s, P_d) = \frac{\alpha w H}{\eta}$$

donde α es un factor constante que por simplicidad tomamos $\alpha=1$.

Esta función expresa el trabajo que tiene que realizar el compresor al transportar cierta cantidad de flujo (w) a temperatura constante con determinada eficiencia, sus unidades (lbf-ft/min). Como puede apreciarse el principal costo computacional para evaluar a g en función de (w, P_s, P_d) estriba en la evaluación del denominador η . Para evaluar éste es necesario: (a) calcular H y Q de (3) y (4), respectivamente, (b) obtener S de (1) lo cual implica hallar las raíces de una función no lineal, y (c) evaluar (2). Un estudio más detallado de esta función de consumo de combustible puede ser encontrado en [4].

Como se puede observar, efectuar este procedimiento cada vez que se quiera evaluar un punto en el dominio (w, P_s, P_d) implica un tiempo computacional relativamente alto. Como en los algoritmos típicos de optimización no lineal la función objetivo se tiene que evaluar cientos o miles de veces, no es recomendable usar este tipo de funciones. Una

forma de solventar este dilema es usar funciones que se aproximen a la función y que sean más fáciles de evaluar. En [5] se proponen seis funciones polinomiales para intentar aproximar a la función de consumo de combustible. Los autores llegaron a la conclusión que una de éstas fue superior a las otras en aproximar a la función objetivo. Sin embargo, una limitante de ese trabajo fue que en la evaluación se usó un sólo compresor. Desde luego, para poder generalizar este resultado es necesario efectuar una evaluación sobre un rango más amplio de compresores, lo cual es la parte medular de éste trabajo. Las funciones de aproximación que se utilizaron para la evaluación se muestran a continuación:

$$g_1(w, P_s, P_d) = A_1 w + B_1 P_s + C_1 P_d + D_1$$

$$g_2(w, P_s, P_d) = A_2 w^2 + B_2 w P_s + C_2 w P_d + D_2 P_s^2 + E_2 P_s P_d + F_2 P_d^2 + G_2 w + H_2 P_s + I_2 P_d + J_2$$

$$g_3(w, P_s, P_d) = P_s \left(A_3 \frac{w}{P_s} + B_3 \frac{P_d}{P_s} + C_3 \right)$$

$$g_4(w, P_s, P_d) = P_s \left(A_4 \left(\frac{w}{P_s} \right)^2 + B_4 \frac{w P_d}{P_s P_s} + C_4 \left(\frac{P_d}{P_s} \right)^2 + D_4 \frac{w}{P_s} + E_4 \frac{P_d}{P_s} + F_4 \right)$$

$$g_5(w, P_s, P_d) = w \left(A_5 \frac{w}{P_s} + B_5 \frac{P_d}{P_s} + C_5 \right)$$

$$g_6(w, P_s, P_d) = w \left(A_6 \left(\frac{w}{P_s} \right)^2 + B_6 \left(\frac{P_d}{P_s} \right)^2 + C_6 \frac{w P_d}{P_s P_s} + D_6 \frac{w}{P_s} + E_6 \frac{P_d}{P_s} + F_6 \right)$$

Evaluación Computacional

Para llevar a cabo el experimento se usó el paquete Matlab 6 [3] en una estación de trabajo Sun Ultra 10 bajo el sistema operativo Solaris 7. En primera instancia, se estimaron los coeficientes de cada función de aproximación mediante el método de Mínimos Cuadrados utilizando una muestra de 8000 puntos del dominio (w, P_s, P_d) . Posteriormente se procedió a efectuar la evaluación de las funciones. Para esto se generó una malla de 20x20x20 del dominio (w, P_s, P_d) . En cada punto de la malla se evaluaron todas las funciones, registrando el error relativo de cada función de aproximación con respecto a la función original de consumo. Esto se hizo en cada uno de los nueve compresores. El error relativo en punto (w, P_s, P_d) de la malla se calcula como $|g_{\text{-real}}(w, P_s, P_d) - g_{\text{-aproximada}}(w, P_s, P_d)| / g_{\text{-real}}(w, P_s, P_d)$. Los valores de los parámetros son: exponente isoentrópico $k = 1.287$, factor de compresibilidad $Z = 0.95$, y constante del gas $R = 85.2$ (lbf-ft)/(lbm-°R). Los datos de los compresores así como su terminología se toman de [2]. La Tabla 1 muestra los resultados del error máximo relativo, la Tabla 2 muestra el error promedio relativo de cada función para cada compresor. En las Tablas 1 y 2, la primer columna muestra el nombre técnico del tipo de compresor según la industria, en cada celda restante se despliega el máximo error relativo y el error promedio relativo

respectivamente para cada compresor (fila) y función (columna). Nótese que no se muestran los resultados de las funciones 2 y 4, ya que éstas arrojaron errores demasiado grandes comparados con los errores que arrojaron las funciones 1, 3 y 5. Se observó que la función g_6 se aproximó mejor a la función objetivo. En ocho de los nueve compresores el error máximo relativo de g_6 es menor al 7% y el error promedio relativo es menor al 1%, comparando estos resultados con los resultados de las demás funciones podemos ver claramente que en las funciones g_1 y g_3 sólo en un compresor el error más pequeño del error máximo relativo se acerca al 15% y los demás están muy por arriba de éste. En la función g_5 el error máximo relativo más bajo esta cercano al 10%, y el error promedio más bajo en g_1 y g_3 es casi el 4% y en g_5 el error promedio más bajo es del 3% en solo uno de los compresores para estas tres funciones. Estos resultados verifican que, efectivamente g_6 resulta ser la mejor aproximación consistentemente sobre cada uno de los compresores probados.

Conclusiones

En este trabajo se evaluaron funciones para aproximar la función objetivo del problema de minimización de consumo de combustible en una red de gas natural en estado estable usando nueve compresores centrífugos diferentes. Se observó que una de las funciones, en particular la g_6 , fue la que mejor aproximó la función objetivo en todos los compresores. Por lo tanto, se puede concluir con más confiabilidad que ésta puede utilizarse en reemplazo de la función original esperando un margen corto de error. Como es bien

conocido, los algoritmos de optimización no lineal típicos requieren evaluar esta función un número muy grande veces. Aquí es donde puede redituarse el usar una función más fácil de evaluar computacionalmente.

Agradecimientos: El presente trabajo fue apoyado financieramente por el CONACYT (proyecto J33187-A) y el PAICYT de la UANL (proyecto CA355-01). Agradecemos además los comentarios y observaciones de dos revisores anónimos que ayudaron a mejorar la exposición del trabajo.

Referencias

1. M. S. Bazaraa, H. D. Sherali, and M. Shetty. *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. Wiley, New York, EUA, 1993.
2. S. Kim. *Minimum-Cost Fuel Consumption on Natural Gas Transmission Network Problem*. Ph.D. Dissertation, Texas A&M University, College Station, EUA, 1999.
3. The Math Works, Inc. *MATLAB: Using Matlab Graphics*. Natick, Massachusetts, EUA, 2000.
4. S. Wu. *Steady-State Simulation and Fuel Cost Minimization of Gas Pipeline Networks*. Ph.D. Dissertation, University of Houston, Houston, EUA, 1998.
5. S. Wu, R. Z. Ríos-Mercado, E. A. Boyd, and L.R. Scott. Model relaxations for the fuel cost minimization of steady-state gas pipeline networks. *Mathematical and Computer Modelling*, 31(2-3): 197-220, 2000.

Figura 1. Dominio de operación del compresor en función de Q , S y H

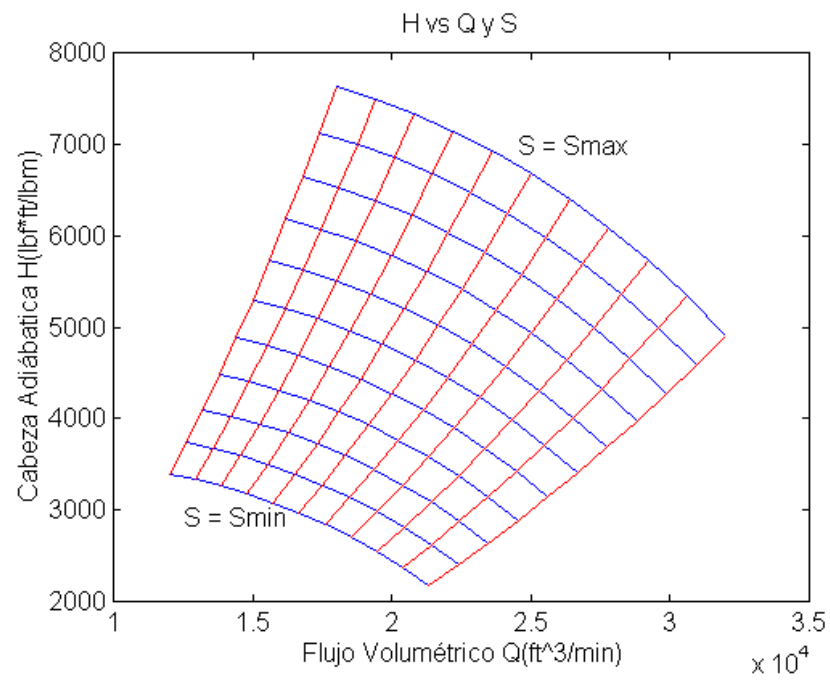


Tabla 1. Error máximo relativo (%) de las funciones de aproximación

	Funciones de aproximación			
Nombre del compresor	g_1	g_3	g_5	g_6
CPID SNARLIN-K1	18.32	18.32	11.19	1.708
CPID RAKEEY-K1	18.60	18.60	11.10	1.844
CPID RAKEEY-K2	19.07	19.07	12.28	2.923
CPID HAMPER -K1	29.56	29.56	22.46	19.25
CPID BELLVAN-K1	21.75	21.75	11.16	1.863
CPID BELLVAN -K2	21.75	21.75	11.16	1.863
CPID BELLVAN-K3	44.30	44.30	12.14	2.760
CPID BETHANY-K1	39.48	39.48	12.15	6.109
CPID BETHANY-K2	14.88	14.88	9.750	1.659

Tabla 2. Error promedio relativo de las funciones de aproximación.

	Funciones de aproximación			
Nombre del compresor	g_1	g_3	g_5	g_6
CPID SNARLIN-K1	4.53	4.53	4.74	0.51
CPID RAKEEY-K1	4.60	4.60	4.75	0.52
CPID RAKEEY-K2	5.03	5.03	5.10	0.98
CPID HAMPER -K1	6.22	6.22	8.41	5.43
CPID BELLVAN-K1	4.97	4.97	4.70	0.48
CPID BELLVAN -K2	4.97	4.97	4.70	0.48
CPID BELLVAN-K3	8.49	8.49	3.00	0.73
CPID BETHANY-K1	8.75	8.75	3.74	0.39
CPID BETHANY-K2	3.95	3.95	3.82	0.52

Fichas Biográficas

Yanet Villalobos Morales es actualmente maestra de la FIME. Obtuvo sus títulos de Maestra en Ciencias en Ing. de Sistemas e Ingeniero Mecánico Administrador de la FIME, UANL. Durante sus estudios de maestría, colaboró como asistente de investigación en el proyecto de CONACyT “Optimización Inteligente de Redes de Gas Natural”, participó como ponente en varios eventos a nivel nacional y publicó su trabajo en revistas nacionales y extranjeras.

El Dr. Ríos Mercado labora actualmente como Profesor de Tiempo Completo y Exclusivo en el Programa de Posgrado en Ingeniería de Sistemas de la FIME, UANL. Recibió sus títulos de Doctor y Maestro en Ciencias en Investigación de Operaciones e Ingeniería Industrial de la Universidad de Texas en Austin, y su título de Lic. en Matemáticas de la UANL. Sus áreas de interés son investigación de operaciones, desarrollo de heurísticas y técnicas de optimización exacta, con aplicación a problemas de toma de decisiones provenientes de la industria del gas y procesos de manufactura. Más sobre su trabajo puede encontrarse en: <http://yalma.fime.uanl.mx/~roger/>