La Optimización Binivel: Estudio de un Caso en la Industria de Gas Natural

Roger Z. Ríos Mercado *
Vyacheslav V. Kalashnikov **

Introducción

En muchos procesos de toma de decisiones existe una jerarquía de gente encargada de tomarlas, y éstas se efectúan a diferentes niveles en esta jerarquía. Una manera de manejar tales jerarquías es concentrarse en un nivel incluyendo el comportamiento de los otros niveles como suposiciones. La programación (u optimización) multijerárquica (o de múltiples niveles) es el área de investigación que estudia y analiza los problemas de toma de decisiones con enfoque en la estructura jerárquica.

En términos de modelaje, el dominio de soluciones factibles asociado con problemas de optimización multinivel se determina implícitamente por una serie de problemas de optimización, los cuales deben ser resueltos en una secuencia predeterminada. El caso especial donde sólo se consideran dos niveles se llama *optimización binivel*. En este caso se tiene un problema de decisión que se toma a un nivel superior (llamado también el nivel del "líder") y otro problema de decisión que se toma a un segundo nivel (llamado también el nivel "subordinado"). Cuando las restricciones de ambos niveles son todas lineales, se dice que se tiene un problema de optimización binivel lineal (BLP, por sus siglas en inglés). En Bard [1] y Migdalas, Pardalos y Värbrand [8], pueden hallarse los fundamentos esenciales así como aplicación a la solución de sistemas reales de la rama de optimización multinivel.

Ahora bien, el proceso de toma de decisiones de comprar, vender, almacenar, y transportar gas, está inmerso en un mundo bastante complejo donde los productores, gasoductos (transportistas) y vendedores, juegan un papel muy importante en la cadena. Esta cadena se hace aún más compleja cuando tomamos en cuenta que la red de gasoductos y oleoductos en Latinoamérica abarca desde Canadá hasta Argentina pasando por EUA, México, Centro y Sudamérica. En lo que a México respecta, es muy importante estudiar y comprender este complejo fenómeno y más aún, desarrollar el soporte técnico que permita tomar decisiones científicamente fundamentadas a la hora de interactuar en los procesos de compra/venta/transporte con sus contrapartes de otros países.

El objetivo del presente artículo es el de introducir al lector con el area de optimización binivel y el de ilustrar su aplicación en el modelaje de un importante problema de toma de decisiones que surge de la industria del gas natural.

Problemas de Programación Binivel

Un rasgo distintivo de sistemas multiniveles es que el que toma las decisiones en un nivel puede influenciar el comportamiento del que toma la decisión en otro nivel (aunque no controla sus acciones completamente). Además, la función objetivo de cada unidad puede, en parte, ser determinada por variables controladas por otras unidades operando en niveles paralelos o subordinados. Entre las características comunes de organizaciones multiniveles figuran: (a) existe una toma de decisiones interactiva entre unidades dentro de una estructura predominantemente jerárquica; (b) cada nivel subordinado ejecuta sus decisiones/políticas después de las decisiones tomadas en un nivel

* Profesor Titular, FIME, UANL, e-mail: roger@uanl.mx
** Profesor de Cátedra, ITESM; e-mail: kalash@itesm.mx

superior; y (c) cada unidad maximiza sus beneificios netos de forma independiente, pero es afectada por las acciones de otras unidades externas. El modelo BLP incorpora estas características. El marco cubre una unidad de manejo corporativa al nivel más alto (líder) y una o más unidades subordinadas en el nivel bajo (subordinado).

Para formular matemáticamente el problema, supongamos que el líder tiene control sobre el vector de decisiones $x \in X \subseteq R^n$ y que las subunidades, o subordinado, tiene control sobre el vector $y \in Y \subseteq R^m$. El líder decide primero y selecciona x en un intento por minimizar una función objetivo $F(x, y(x))$ sujeto quizás a algunas restricciones tecnológicas adicionales. La nomenclatura $y(x)$ enfatiza el hecho de que el problema del líder está implícito en las variables y. Luego, el subordinado observa la acción del líder y reacciona seleccionando un vector de decisión y que minimice su función objetivo $f(x,y)$, sujeta a un conjunto de restriccones en las variables y para el valor de x elegido. Véase Figuras 1 y 2.

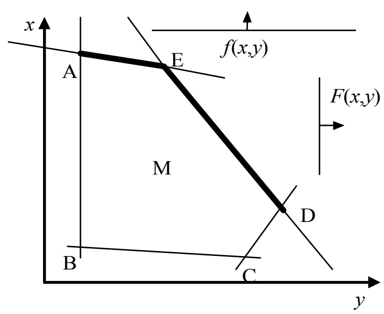

Figura 1. El problema de programación binivel lineal. Esquematizado en dos dimensiones, $F(x,y)$ denota el objetivo del líder, $f(x,y)$ el objetivo del subordinado y M (polígono delimitado por los puntos A, B, C, D y E) el conjunto común de soluciones factibles a ambos problemas. Para cada decisión y del líder, el subordinado responde con el valor $f(x,y)$ que optimiza su función en la dirección señalada, por tanto, la línea gruesa denota el conjunto de soluciones factibles del problema del líder. En este caso, el punto D sería la solución óptima al problema.

Ahora bien, por razones de espacio, en este trabajo omitimos los detalles técnicos de la formulación general, los cuales pueden ser encontrados en [1] y [8]. Lo importante de destacar aquí es que este tipo de problemas, con las características aquí expuestas, surge en una diversidad de ramos y que puede modelarse matemáticamente y ser resuelto por métodos adecuados. Para ilustrar su aplicación, planteamos ahora un problema de la industria del gas natural.

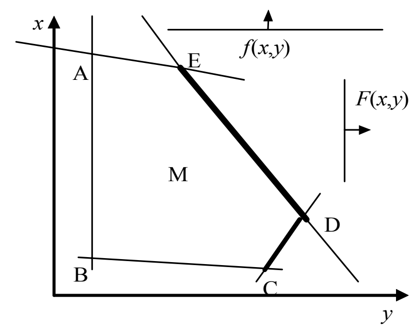

Figura 2. Importancia del orden de las decisiones. En esta diagrama se enfatiza que la solución depende fuertemente del orden de juego. Si en el problema de la Figura 1, el subordinado y el líder invirtieran sus posiciones de decisión, el conjunto de soluciones factibles del subordinado sería el señalado por la línea gruesa, y por tanto, la solución óptima sería el punto E.

Descripción del Problema

El problema en cuestión surge cuando el transportista hace un contrato con una compañía de gasoductos para trasladar cierta cantidad de gas entre varios puntos del gasoducto. Lo que finalmente se entrega en cada punto puede ser una cantidad mayor o menor de la estipulada originalmente en el contrato (este fenómeno se denomina *desbalance*). Cuando ocurre un desbalance, la compañía de gasoductos penaliza al transportista mediante una política de penalización de cambio. Como esta penalización es una función de los desbalances operativos diarios, resulta que un problema muy importante para el contratista es el cómo manejar los desbalances diarios para minimizar la penalización incurrida. Supongamos que el contratista ha establecido un contrato (con otros clientes) para llevar una cantidad dada de gas natural desde un punto de "recepción" a un punto de entrega en un marco de tiempo dado. El contratista debe estipular un acuerdo de transferencia con el gasoducto. Bajo tal acuerdo, el contratista nomina una cantidad diaria de gas que debe ser inyectada en el gasoducto en el punto de recepción y que debe ser extraída en un punto de entrega.

Debido a la naturaleza propia de la industria, la cantidad que se entrega en un punto es inevitablemente diferente de la cantidad que fue nominada. Esta diferencia constituye un desbalance. Mientras que los gasoductos permiten pequeños desbalances, imponen penalizaciones por desbalances mayores. Desde la perspectiva del contratista, un desbalance puede ser positivo o negativo. Un desbalance positivo (negativo) surge cuando el contratista deja (toma) gas en (de) el gasoducto. Alternativamente, un desbalance positivo (negativo) significa que el flujo real es menor (mayor) que la cantidad de gas que fue nominada. Un desbalance a fin de mes implica una transacción de dinero entre el contratista y el gasoducto. Los precios de canje se establecen de manera tal que cuando el contratista vende (compra) gas a (de) el gasoducto, lo hace a un precio muy bajo (alto). La relación entre el precio de canje y la posición de desbalance depende de forma no lineal del precio del gas promedio, mínimo y máximo del mes anterior.

Antecedentes

En Kalashnikov y Ríos-Mercado [4], se presenta un marco de modelación matemática del problema recién descrito. El problema se modela como un problema de optimización entera mixta lineal de dos niveles, donde el contratista juega el papel del líder (nivel principal) y el gasoducto representa el subordinado (segundo nivel). El término entero mixto denota que el problema tiene variables de decisión continuas y discretas. Es bien conocido que aún la versión más simple de un problema de optimización multinivel es muy difícil de resolver. BLP enteros mixtos poseen un grado mayor de dificultad ya que los conceptos típicos de técnicas de solución como ramificación y acotamiento para problemas de optimización entera mixta necesitan de caracterizaciones más fuertes por lo que no pueden ser directamente aplicados. Se desarrolla además una método de penalización para resolver el problema. Sin entrar en detalles técnicos, este método fue motivado por los trabajos de Fukushima [3], Marcotte [5], Marcotte y Dussault [6] y Marcotte y Zhu [7].

Método Propuesto

En [4], consideramos un sistema jerárquico donde el líder incorpora en su estrategia la reacción del subordinado a su decisión. La reacción del subordinado es generalmente representada como el conjunto de soluciones de una desigualdad variacional monótona. Para resolver este problema de optimización no convexa se aplica una técnica de penalización basada en la formulación de la desigualdad variacional del nivel inferior como un problema de optimización. Bajo condiciones generales, establecimos condiciones para la convergencia del método de penalización. Usamos estos resultados para implementar un algoritmo eficiente de solución, el cual ha sido probado en unos ejemplos del problema de desbalances.

Como otra alternativa, se desarrolló un método directo para resolver el BLP en cuestión. Este método resuelve separadamente el problema de nivel inferior, el cual consiste en encontrar la respuesta óptima del gasoducto a los valores del desbalance del último día, y después el problema de hallar el vector óptimo de desbalances para el contratista. Al pasar de un vector de desbalances a otro, el algoritmo averigua la factibilidad del mismo antes que calcular el valor de la función objetivo en este punto. El proceso se termina cuando la diferencia entre dos iteraciones consecutivas no exceda la tolerancia seleccionada de antemano.

Ejemplo Ilustrativo

Para ilustrar el uso de la técnica, en [4] se aplicaron los métodos a varios problemas de prueba. Los métodos fueron implementados con la ayuda de GAMS [2] (software de modelación algebráica para resolver problemas de optimización). Por ejemplo, aquí ilustramos los resultados de los algoritmos en el siguiente caso de 4 zonas y 2 días de planificación representado por los datos que se muestran en las Tablas 1 a la 7 (las celdas vacías significan ceros).

Los límites inferior y superior para arreglos del desbalance son como siguen: $s_{ij}^L = -3, s_{ij}^U = 3 \forall i, j \in J$.

Tabla 1. Datos iniciales

Zonas j	Desbalances initiales x_0	Factores de penaliza-ción r_j	Coeficientes de penalización β_j
Zona 1	-10.0	10.0	0.1
Zona 2	-4.0	8.0	0.2
Zona 3	3.0	6.0	0.3
Zona 4	6.0	4.0	0.4

Tabla 2. Acotaciones inferior y superior del desbalance total

Períodos de tiempo t	Acotación inferior x_t^L	Acotación superior x_t^U
Día 1	-11.0	1.0
Día 2	-17.0	7.0

Tabla 3. Costos de transportación entre zonas

f_{ij}	Zona 1	Zona 2	Zona 3	Zona 4
Zona 1		2.0	4.0	4.0
Zona 2			2.0	2.0
Zona 3				1.0
Zona 4				

Tabla 4. Porcentaje del gas retenido transportando entre zonas

e_{ij}	Zona1	Zona 2	Zona 3	Zona 4
Zona 1		0.1	0.2	0.2
Zona 2			0.1	0.1
Zona 3				0.05
Zona 4				

Tabla 5. Bonos por contratista para el gas regresado

b_{ij}	Zona 1	Zona 2	Zona 3	Zona 4
Zona 1		4.0	2.0	2.0
Zona 2			4.0	4.0
Zona 3				2.0
Zona 4				

Tabla 6. Límite inferior del desbalance en la zona j en el día t

x^L_{tj}	Zona 1	Zona 2	Zona 3	Zona 4
Día 1	-15.0	-9.0	0.0	1.0
Día 2	-20.0	-13.0	-5.0	-4.0

Tabla 7. Límite superior del desbalance en la zona j en el día t

x^U_{tj}	Zona 1	Zona 2	Zona 3	Zona 4
Día 1	5.0	1.0	6.0	10.0
Día 2	0.0	5.0	10.0	15.0

Los algoritmos se comportaron del siguiente modo. Después del paso preliminar empezando a partir del desbalance inicial $x_0 = (-10,-4,3,6)^T$, se obtuvo el desbalance del último día $x_N = (-4,2,9,5)^T$ con el valor de la función objetivo del contratista z = 14.9. Ya que este vector no tiene todos sus components del mismo signo (lo cual es una restricción tecnológica del modelo), procedemos con los pasos del algoritmo. Con la tolerancia final ε = 0.001, se obtiene la aproximación final del desbalance del último día $x_N = (-12.495,-5.809,9.0,9.789)^T$ con el valor de la función objetivo del contratista z = 50.072. La respuesta óptima del gasoducto a esta estrategia del contratista es el desbalance final $y = (0.0;0.0;2.22 \cdot 10^{-16};0.485)^T$ con el mismo valor de la función objetivo del gasoducto z = 50.072. Todos los movimientos hacia delante son ceros, mientras que los movimientos hacia atrás (v_{ij}) son: v_{13} = 9.0; v_{14} = 3.495; v_{24} = 5.809. El desbalance del último día $x_N = (-12.495,-5.809,9.0,9.789)^T$ satisface la prueba de factibilidad, es decir, se obtiene a partir del desbalance inicial $x_0 = (-10,-4,3,6)^T$ mediante los movimientos diarios indicados en la Tabla 8. El problema del canje del gas queda resuelto, con la solución dada en la Tabla 9.

Tabla 8. Movimientos óptimos del desbalance en zona j durante día t

s_{tj}	Zona 1	Zona 2	Zona 3	Zona 4
Día 1	-1.148	-0.805	3.000	1.994
Día 2	-1.347	-1.004	3.000	1.795

Tabla 9. Desbalance óptimo en la zona *j* en día *t*

x_{tj}	Zona 1	Zona 2	Zona 3	Zona 4
Día 1	-11.148	-4.805	6.000	7.994
Día 2	-12.495	-5.809	9.000	9.789

Conclusiones

El campo de la optimización multinivel es por hoy un campo muy importante en materia de investigación y sobre todo de aplicación. Las estructuras jerárquicas pueden encontrarse en diversas disciplinas científicas incluyendo estudios ambientales, teoría de clasificación, bases de datos, diseño de redes, transporte, teoría de juegos y economía; y nuevas aplicaciones (como la descrita arriba de la industria del gas) continúan surgiendo. Este hecho es positivo para el desarrollo de nueva teoría y conceptos, así como de algoritmos eficientes de solución.

Agradecimientos: Agradecemos los comentarios hechos por dos revisores anónimos, los cuales ayudaron a mejorar la presentación del artículo. El presente trabajo fue apoyado financieramente por el PAICyT de la UANL (proyectos CA555-01 y CA562-01).

Referencias

1. J. F. BARD. *Practical Bilevel Programming: Algorithms and Applications*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1998.

2. A. BROOKE, D. KENDRICK Y A. MEERAUS. *GAMS: A User's Guide*. The Scientific Press, San Francisco, EUA, 1992.

3. M. FUKUSHIMA. Equivalent differentiable optimization problems and descent methods for asymmetric variational inequality problems. *Mathematical Programming*, 53:99-110, 1992.

4. V. V. KALASHNIKOV Y R. Z. RÍOS-MERCADO. Solving a natural gas cash-out bilevel program by a penalty function method. Reporte Técnico PISIS-2003-03, Programa de Posgrado en Ing. de Sistemas, FIME, UANL, San Nicolás de los Garza, México, Mayo 2003.

5. P. MARCOTTE. A new algorithm for solving variational inequalities with application to the traffic assignment problem. *Mathematical Programming*, 33:339-351, 1985.

6. P. MARCOTTE Y J.-P. DUSSAULT. A sequential linear programming algorithm for solving monotone variational inequalities. *SIAM Journal of Control and Optimization*, 27:1260-1278.1989

7. P. MARCOTTE Y D. L. ZHU. Exact and inexact penalty methods for the generalized bilevel programming problem. *Mathematical Programming*, 74:141-157, 1996.

8. A. MIGDALAS, P. PARDALOS Y P. VÄRBRAND, editores. *Multilevel Optimization: Algorithms and Applications*. Kluwer, Dordrecht, Holanda, 1998.

Resumen

En este artículo, introducimos al lector con el campo de la optimización binivel. Ilustramos esta área de la toma de decisiones con un problema de minimización de transacción monetaria entre un contratista del gas natural y un dueño de un gasoducto, el cual se modela como un problema de programación lineal binivel mixto. Para resolverlo, lo reformulamos como un problema de programación matemática estándar y proponemos dos algoritmos iterativos, probando su comportamiento en un problema de dimensión pequeña.

Palabras clave: problema de optimización bi-nivel mixto, problema de minimización de transacciones de dinero, un método de penalización.

Abstract

In this paper, we introduce the reader with the field of bilevel programming. We illustrate this area of decision-making science by presenting the problem of minimization of the cash-out penalties from the point of view of the natural gas shipper. The problem is modeled as a mixed bilevel linear programming problem. To solve it efficiently, we reformulate it as a standard mathematical programming problem and describe two iterative algorithms for its solution. The algorithms are tested for a small dimension instance.

Keywords: mixed bilevel optimization problem, gas cash-out problem, penalty function method.

Fichas Biográficas

El Dr. Roger Z. Ríos Mercado labora actualmente como Profesor de Tiempo Completo y Exclusivo en el Programa de Posgrado en Ingeniería de Sistemas de la FIME, UANL. Recibió sus títulos de Doctor y Maestro en Ciencias en Investigación de Operaciones e Ingeniería Industrial de la Universidad de Texas en Austin, y su título de Lic. en Matemáticas de la UANL. Sus áreas de interés son investigación de operaciones, desarrollo de heurísticas y optimización estocástica, con aplicación a problemas de toma de decisiones provenientes de la industria del gas y procesos de manufactura. Más sobre su trabajo puede encontrarse en: *http://yalma.fime.uanl.mx/~roger/*

El Dr. Vyacheslav Kalashnikov labora actualmente como Profesor de Cátedra en el Departamento de Matemáticas del ITESM. Anteriormente, fue Profesor Visitante en el Programa de Posgrado en Ingeniería de Sistemas de la FIME, UANL. Recibió su título de Doctor en Cibernética Matemática en el Instituto Central de Económica y Matemática de la Academia de Ciencias de Rusia, Moscú, y su grado de Ph.D. en el Instituto de Matemáticas en Departamento Sibérico de la Academia de Ciencias de la URSS, Novosibirsk, y sus títulos de Maestro en Ciencias y de Lic. en Matemáticas de la Universidad de Novosibirsk, Rusia. Sus áreas de interés son investigación de operaciones, optimización, problemas de complementaridad y desigualdades variacionales, con aplicación a problemas de mercados oligopolísticos y de toma de decisiones.