UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

PROGRAMA DE POSGRADO EN INGENIERÍA DE SISTEMAS

SISTEMAS ESTOCÁSTICOS

1.- Considere un sistema de colas que consiste en una fila y un servidor. El servicio consiste en la misma tarea rutinaria para todos los clientes. Evalúe las ventajas y desventajas de las siguientes distribuciones para modelar los tiempos de servicio: (a) Exponencial, (b) Normal, (c) Uniforme.

En base a su discusión, ¿cuál considera Usted que és la distribución más adecuada al problema?

2.- Considere la siguiente política de inventarios para cierto producto. Si la demanda durante un período excede el número de unidades disponibles, esta demanda insatisfecha se considera como un faltante y se surte cuando se recibe la siguiente orden. Sea Zn (n=0, 1, 2, …) la cantidad de inventario menos el número de unidades faltantes antes de ordenar al final del siguiente período n (Zo=0). Si Zn es cero o positivo, no hay pedidos atrasados. Si Zn es negativo, entonces –Zn representa el número de unidades faltantes y el inventario es 0. Si al final del período n, Zn < 1, se hace un pedido de 2m unidades, donde m es el entero más pequeño tal que $Z_n + 2m \geq 1$. Las órdenes se surten de inmediato. Sean $D_1, D_2, \ldots$ las demandas respectivas de un producto en los períodos 1, 2, … Suponga que las Dn son variables aleatorias, independientes e idénticamente distribuidas que toman los valores 0, 1, 2, 3, 4, cada uno con probabilidad 1/5. Sea Xn la cantidad de inventario después de ordenar al final del período n (con Xo=2), entonces

$X_n = X_{n-1} - D_n + 2m$ si $X_{n-1} - D_n < 1$

$X_n = X_{n-1} - D_n$ si $X_{n-1} - D_n \geq 1$

donde {Xn} es una cadena de Markov.

a) ¿Cuáles (y porqué) son los estados de la cadena de Markov {Xn}?

b) ¿Existe un único estado estacionario? ¿Porqué? En caso afirmativo encuentre las probabilidades de estado estacionario.

c) Suponga que el costo de ordenar es (2+2m) si se coloca una orden y 0 si no. El costo de inventario por período es Zn si $Z_n \geq 0$ y cero en otro caso. Encuentre el costo promedio esperado por unidad de tiempo, en el largo plazo.

3.- Un proceso estocástico persistente es aquél en que las probabilidades de transición en un cierto instante dependen de las transiciones del proceso en instantes anteriores. Considere el siguiente ejemplo. Sea Pn(j) la probabilidad de que un caminante al azar se encuentre en la posición j al tiempo n (n, j enteros), habiendo estado el paso anterior n-1 en la posición j-1. Sea Qn(j) la probabilidad equivalente cuando el paso anterior se encontraba en la posición j+1. Sea "a" la probabilidad de que el caminante dé el siguiente paso n+1 en la misma dirección del paso anterior y sea b=1-a. Escriba un conjunto de ecuaciones que describa adecuadamente la evolución de las cantidades Pn(j) y Qn(j).

4.- Lea el artículo que se anexa y responda las siguientes preguntas.

a) En la ecuación (1) que representan los λ_j.
b) Justo debajo de la ecuación (2) se definen las $P^{(ij)}$ como las matrices de transición de estados de un solo paso de la secuencia j a estados de la secuencia i. Exactamente que significa esta definición?
c) En la página 4, justo un poco antes de que finalice la sección 2 se plantea que: El modelo tiene una distribución estacionaria, si para una cierta norma matricial $||.||$ se tiene que $||M_s|| < 1$. Argumente esta aseveración.