UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

DIVISIÓN DE POSGRADO EN INGENIERÍA DE SISTEMAS

Examen de Admisión al Programa de

Doctorado en Ciencias en Ingeniería de Sistemas

(Área Básica)

Junio 2009

Nombre:____

ÁLGEBRA LINEAL

1. (3 puntos) Pruebe que la matriz H es la inversa de M

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \quad M = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 3/2 & -1/2 \end{pmatrix}$$

2. (4 puntos) Dadas las matrices A y C abajo, determine la matriz B tal que $A \times B \times C = I$, donde I es la matriz identidad de orden 2.

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 10 & -10 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 6 & 6 \end{pmatrix}$$

3. (4 puntos) Calcular el rango de la matriz

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

4. (4 puntos) Dadas las matrices A y B abajo, determine la matriz C tal que $A \times C = B$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

5. (5 puntos) Dado el sistema abajo. ¿Puede afirmarse que es compatible?

$$\begin{array}{ccccccc} x_1 & +2x_2 & -3x_3 & +x_4 & = & 1 \\ & x_2 & -5x_3 & +6x_4 & = & 2 \\ x_1 & +3x_2 & -8x_3 & +7x_4 & = & 3 \\ x_1 & +4x_2 & -13x_3 & +13x_4 & = & 5 \end{array}$$

6. (3 puntos) Dado el siguiente sistema de desigualdades, determine cuál es el valor máximo que puede tomar *w* y que satisfaga todas las desigualdades. ¿Cuál sería el valor mínimo de *w* que satisface todas las desigualdades? Justifique su respuesta.

$$\begin{array}{rcrcr} 2 & + & 3w & \leq & 20 \\ 36 & - & 4w & \geq & 0 \\ 10 & + & 5w & \leq & 0 \end{array}$$

CÁLCULO

1. (5 puntos) Halle los puntos que maximizan la función $f(x,y) = x^2 + y^2$ para $1 \leq x \leq 2, \quad 0.5 \leq y \leq 1$.

2. (2 puntos) Halle la suma $1+2+3+...+n$ para $n = 2008$.

3. (3 puntos) Dado el punto A con coordenados (5,5) y una esfera con radio R=2 con el centro en el punto C con coordenados (0,0). Calcular la distancia entre el punto A y el punto más cercano de la esfera.

4. (2 puntos) Hállese el gradiente de la función $f(x,y) = (x+y)^2$ en el punto $x = 1, \ y = 2$.

5. (3 puntos) Encuentre dos números cuyo producto sea –12 y la suma de sus cuadrados sea mínima

6. (5 puntos) Hállese el punto de la parábola $\{(x,y) \mid x^2 = 4y\}$ más cercano al punto (0,1)

7. (3 puntos) Respóndase a la siguiente pregunta y justifíquese la respuesta. ¿Qué número es mayor 10000^{1000} ó 1000^{10000}?

PROGRAMACIÓN

1. (10 puntos) Un número primo es aquel número entero que únicamente es divisible por sí mismo y por la unidad, por consiguiente un número no primo es aquel número entero que puede ser divisible por un número entero distinto a sí mismo y a la unidad. Por ejemplo, 5 es un número primo porque únicamente puede ser divisible por 1 ó por 5, pero 12 no es primo porque es divisible, por ejemplo, por 2. Escriba un programa o conjunto de pasos que tomen como input o entrada un número entero arbitrario n, y reporte como salida si el número es primo o no.

2. (10 puntos) Dada una sucesión finita $(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ de n números reales (con posibles repeticiones), desarrolle un algoritmo que obtenga una sucesión no decreciente (ordenada de menor a mayor), con las mismas n componentes de la sucesión dada.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

DIVISIÓN DE POSGRADO EN INGENIERÍA DE SISTEMAS

Examen de Admisión al Programa de Doctorado en Ciencias en Ingeniería de Sistemas

(Área Especializada)

Junio 2009

Nombre:____

PROGRAMACIÓN LINEAL

1. (5 puntos) Resolver el problema de programación lineal

$$\max 6x_1 + 4x_2 + x_3$$

$$\text{sujeto a} \qquad x_1 + 2x_2 + 3x_3 \le 5$$

$$0 \le x_i \le 2, \quad i = 1,2,3.$$

2. (6 puntos) Verificar si el vector dado $x_0 = (8,0)$ es la solución optima de la siguiente problema de programación lineal:

$$\max 3x_1 + 2x_2$$

$$-2x_1 + x_2 \le 2,$$

$$x_1 + 2x_2 \le 8,$$

$$x_1, x_2 \ge 0.$$

3. (5 puntos) Resolver el problema de programación lineal

$$\min x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4$$

$$x_1 + x_2 \le 3$$

$$x_1 + 2x_2 \le 5$$

$$2x_3 + x_4 \leq 6$$

$$x_3 - x_4 \leq 9$$

$$x_1, x_2, x_3, x_4 \geq 0$$

PROGRAMACIÓN DE FLUJO EN REDES

1. (10 puntos) El grafo siguiente muestra el sistema de caminos entre la entrada O de cierto parque y diversas instalaciones de servicio (demás letras). El parque contiene un mirador a un hermoso paisaje en la estación T. Unos cuantos tranvías transportan a los visitantes desde la entrada a la estación T. El administrador del parque se enfrenta a los siguientes problemas:

    (a) El primer problema consiste en determinar qué ruta, desde la entrada del parque hasta el mirador T es la que tiene la distancia total más corta para la operación de los tranvías (figura 1). En este caso, los números mostrados en cada arco indican distancia (km).

    (b) El segundo problema es que durante la temporada pico hay más personas que quieren tomar el tranvía a la estación T de las que se pueden acomodar. Para evitar la perturbación indebida de la ecología y de la vida silvestre de la región, se ha impuesto un racionamiento estricto en el número de viajes al día que pueden hacer los tranvías en cada camino. Así, durante la temporada pico, se pueden seguir varias rutas, sin tomar en cuenta la distancia, para aumentar el número de viajes diarios de los tranvías. La pregunta es cómo determinar las rutas para los distintos viajes de manera que se maximice el número total de viajes que se pueden hacer al día sin violar los límites impuestos en cada camino (figura 2). En este caso, los números mostrados en cada arco denotan el número máximo de viajes en ese arco.

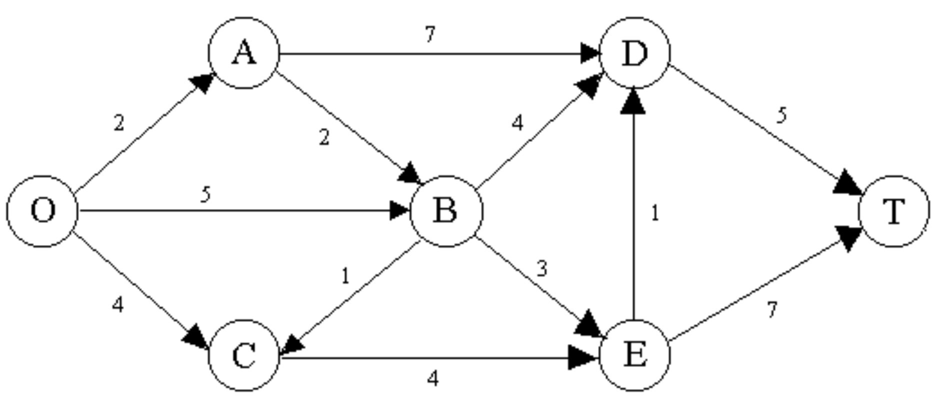

Figura 1

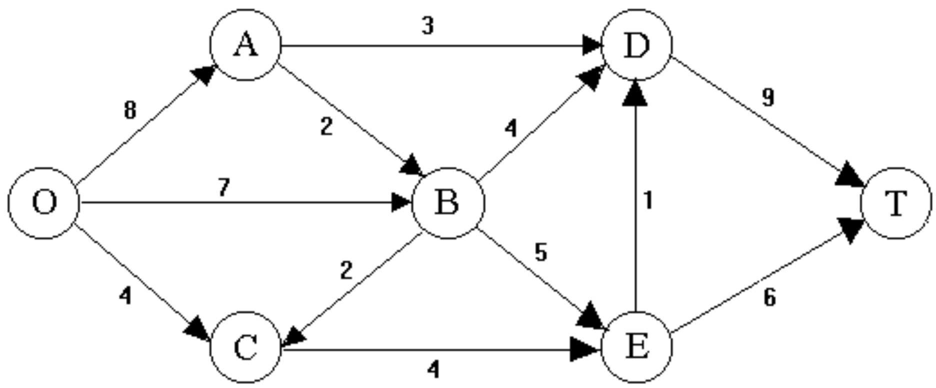

Figura 2

2. (10 puntos) Un convoy de guerra formado por 4 camiones que cargan suministros militares debe despacharse desde el depósito (vértice ***d***) hacia las tropas (vértice ***t***) (figura 3). Los caminos que conectan el depósito de suministros con las tropas constituyen los arcos del grafo de la figura 1 y las intersecciones de esos caminos constituyen los vértices. Por razones de seguridad se limita la cantidad de camiones que pueden viajar por cada camino, siendo esta la capacidad asignada a los arcos.

   (a) Determine si es posible realizar el envío completo.
   (b) En caso negativo, diga cuántos camiones pueden ser enviados y por qué rutas.
   (c) Además indique por qué no podrían enviarse los 4 camiones y qué podría hacerse para lograrlo.

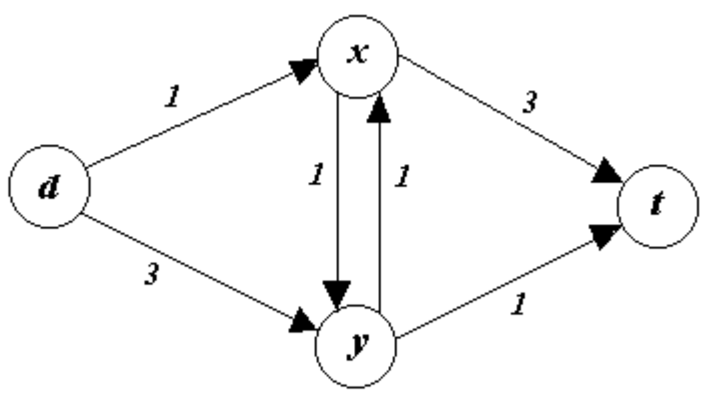

Figura 3

3. (5 puntos) Modele cada problema siguiente a través de un grafo, explicando la interpretación de nodos, arcos flujos, así como números asociados a nodos y/o arcos. Así mismo diga qué algoritmo debe utilizarse para su resolución.

   (a) Un pasajero visita una aerolínea porque desea viajar desde Springfield, Illinois, hasta Ankara, Turkey. Aunque no hay vuelo directo, él solicita que el tiempo en el aire sea el menor posible porque teme volar. ¿Cómo debe la aerolínea seleccionar la ruta del pasajero?

(b) Suponga que la aerolínea ha sido contactada por un grupo de 75 personas que desean hacer el mismo viaje (no necesariamente juntas) , pero que el costo total del viaje de todo el grupo sea el menor posible.

PROBABILIDAD

1. Una familia tiene tres hijos. ¿Cuál es la probabilidad condicional de que los tres sean de sexo masculino dado que al menos uno de los tres lo es?

2. Al contestar una pregunta de opción múltiple en un examen dado, un estudiante sabe la respuesta ó intenta adivinar. Sea p la probabilidad de que él conozca la respuesta y $1 - p$ la probabilidad de que intente adivinar ($0 < p < 1$). Supongamos que si el estudiante intenta adivinar, la respuesta será correcta con probabilidad $1/m$, donde m es el número de alternativas en la pregunta. ¿Cuál es la probabilidad condicional de que el estudiante conozca en verdad la respuesta a la pregunta dado que la respondió correctamente?

3. Se sabe que todos los artículos producidos por una cierta máquina salen defectuosos con probabilidad 0.1, independientemente de cada uno. ¿Cuál es la probabilidad de que en una muestra de tres artículos, a lo mucho uno es defectuoso?

4. Suponga que X es una variable aleatoria discreta con la siguiente función de masa de probabilidad: $p(X = 0) = 0.2$, $p(X =1) = 0.5$, $p(X = 2) = 0.3$. Calcule $E[X^2]$ (E[] denota el valor esperado).

5. Sea X una variable aleatoria exponencial cuya función de densidad de probabilidad está dada por $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}, x \geq 0, \lambda > 0$. Calcule E[X].

SISTEMAS ESTOCÁSTICOS

1. Considere una oficina postal la cual es atendida por dos servidores. Suponga que cuando Don Cuco entra a la oficina, descubre que Don Aureliano está siendo atendido por uno de los servidores y Don Bruno por el otro. Suponga demás que se le dice a Don Cuco que se comenzará a atender tan pronto se desocupe uno de los servidores. Si la cantidad de tiempo que cada empleado toma en atender un cliente se distribuye exponencialmente con media $1/\lambda$, ¿cuál es la probabilidad de que, de los tres clientes, Don Cuco es el último en salir de la oficina de correos?

2. Suponga que tiene un sistema de sonido con dos componentes principales: el aparato

receptor y una bocina. Si el tiempo de vida del receptor se distribuye exponencialmente con media 1000 horas y el tiempo de vida de la bocina tiene una distribución exponencial con media 500 horas independientemente del tiempo de vida del receptor, entonces ¿cuál es la probabilidad de que una falla del sistema (cuando ésta ocurra) sea causada por el aparato receptor?

3. En un sistema de línea de espera de una sola fila y un servidor, suponga que los clients arriban a una tasa de Poisson de uno cada 12 minutos y que el tiempo de servicio se distribuye exponencialmente a una tasa de un cliente servido cada 8 minutos.

   (a) ¿Cuál es el número promedio de clientes en el sistema?
   (b) ¿Cuál es la cantidad promedio de tiempo que un cliente pasa haciendo cola, esperando a ser servido?
   (c) Si la tasa de arribo se incrementa en un 20%, ¿cuál sería el cambio correspondiente en las cantidades calculadas en (a) y (b)?

4. En cualquier día dado, Ronaldo está alegre (A), regular (R) o triste (T). Si él está alegre hoy, entonces el estará A, R o T mañana con correspondientes probabilidades 0.5, 0.4, 0.1. Si el se siente regular hoy, entonces él estará mañana A, R o T con probabilidades 0.3, 0.4, 0.3. Si el está triste hoy, entonces él se sentirá A, R o T mañana con probabilidades 0.2, 0.3, 0.5.

   (a) Modele este proceso como una cadena de Markov con su correspondiente matriz de transicion de probabilidades.
   (b) A la larga, ¿que proporción del tiempo Ronaldo está en cada uno de los tres estados de ánimo: alegre, regular y triste?