UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERIA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
DOCTORADO EN INGENIERIA DE SISTEMAS

QUALIFY EXAM
Agosto/2007

OPTIMIZACIÓN LINEAL

Estudiante: ____

1. Una compañía productora de jugos de frutas comercializa 5 marcas a las cuales denominaremos A, B, C, D y E , con la composición mostrada en la tabla siguiente. Se requiere producir 500 galones de una mezcla de jugos especial conteniendo al menos el 20% de jugo de naranja, el 10% de jugo de toronja y el 5% de jugo de frambuesa.

	% Jugo de Naranja	**% Jugo de Toronja**	**% Jugo de Frambuesa**	**Disponibles Galones**	**Costo, $/gal**
A	40	40	0	200	16.50
B	5	10	20	400	8.25
C	100	0	0	100	22.00
D	0	100	0	50	19.25
E	0	0	0	800	2.75

Los costos de los jugos y su inventario disponible se muestran en la tabla anterior. Que tantos galones de los jugos de frutas disponibles se deben utilizar para cumplir con el requerimiento de producción de 500 galones del nuevo jugo con la composición establecidas anteriormente, y al menor costo.

(i). Presentar un modelo de Programación lineal.
(ii). Resolverlo con los recursos computacionales disponibles.
(iii). Discutir su solución.

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERIA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
DOCTORADO EN INGENIERIA DE SISTEMAS

2. Considere el siguiente problema de programación lineal y su tableau óptimo final:

maximizar: $z = 2x_1 + x_2 - x_3$

sujeto a:

$$x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 8$$
$$-x_1 + x_2 - 2x_3 \leq 4$$

con: x_1, x_2, x_3 no negativos

c_j	2	1	-1	0	0			
x_j	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	$B^{-1}b$	x_B	c_B
	1	2	1	1	0	8	x_1	2
	0	3	-1	1	1	12	x_5	0
$c_j - c_B^t B^{-1} A_{:,j}$	0	-3	-3	-2	0	16		

(a). Escribir el problema dual

(b). Del tableau anterior proporcionar el valor de las variables duales óptimas.

Mediante análisis de sensibilidad determine lo siguiente:

(c). El rango del coeficiente de beneficio/utilidad c_1 para el cual la solución óptima permanece.

(c). El rango del coeficiente tecnológico para la variable x_3 en la segunda restricción para el cual la solución óptima permanece.

(d). Si se requiere escoger entre incrementar el requerimiento b_1 de la primera restricción o el b_2 de la segunda restricción, ¿ Cual escogería? ¿Porqué? ¿Cuál es el efecto de este incremento sobre la función objetivo?

(e) ¿Se alteraría la solución del problema si una nueva actividad x_6 se agrega al sistema con ganancia unitaria $c_6 = 4$ y con un vector de consumo (coeficientes tecnológicos) de $A_{:,6} = [1 \quad 2]^t$? Explique su respuesta.

3. Sea b^* un vector columna m-dimensional y sea λ un parámetro escalar. Para el problema parametrizado de programación lineal,

$$\begin{aligned} \min \quad & z = c^t x \\ \textit{sujeto} \quad & a: \\ & Ax = b + \lambda b^* \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

sea B la base óptima para un valor dado de λ.

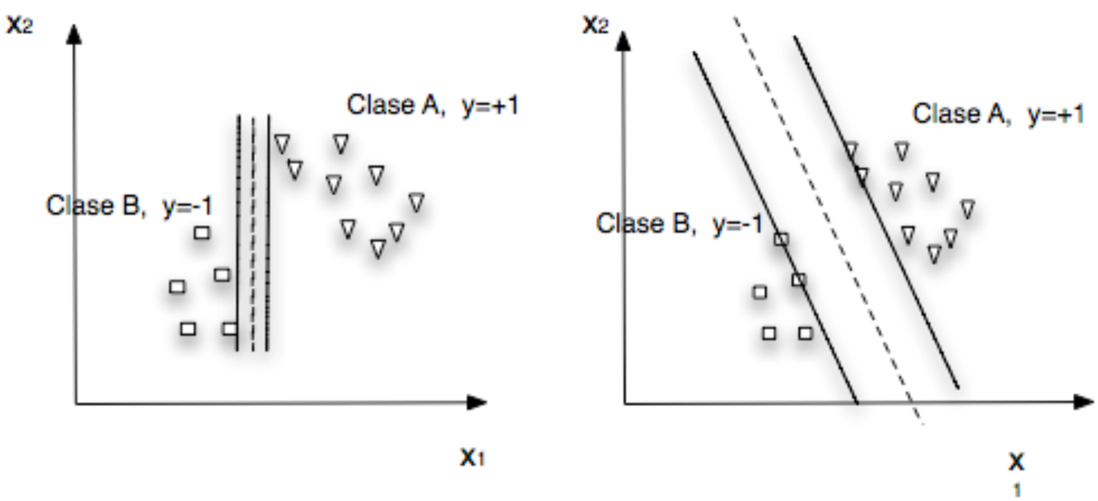
(a). Determine el rango $[\lambda_l, \lambda_u]$ para el cual $\lambda_l \leq \lambda \leq \lambda_u$ y la base **B** permanece óptima.

(b). Sea $z(\lambda)$ el valor óptimo de la función objetivo para el valor de λ. Considere dos valores $\lambda_1, \lambda_2 \in [\lambda_l, \lambda_u]$ y sus correspondientes soluciones óptimas $x^{(1)}$ y $x^{(2)}$. Utilice la definición de convexidad y pruebe que $z(\lambda)$ es una función cóncava de λ.

4. Considere el problema de clasificación binaria (Clase A y Clase B linealmente separables), donde los datos de entrenamiento están dados como:

$$(x^{(1)}, y_1), (x^{(2)}, y_2), \ldots, (x^{(m)}, y_m), x \in R^n, \quad y_i \in \{+1, -1\}, i = 1, \ldots m$$

Los datos pertenecientes a la Clase A toman el valor de $y_i = +1$ y los pertenecientes a la Clase B el valor de $y_i = -1$. Con el propósito de visualización se presenta en la siguiente figura un espacio de las entradas en dos dimensiones.



Los datos son linealmente separables pero existen muchos hiperplanos que pueden realizar la separación como muestra la figura. Una función discriminante $d(x,w,b)$ que también es un hiperplano, está dada por la siguiente relación

$$d(x,w,b) = w^t x + b$$

donde $x, w \in R^n$ y b es un escalar. Un buen entrenamiento genera a partir de los datos conocidos, los parámetros (w, b) para la forma canónica del hiperplano de separación; esto es, el hiperplano de separación está en su forma canónica respecto a los datos de entrenamiento si

$$\min_{x_i} \left| w^t x_i + b \right| = 1$$

observe que en su forma canónica solamente para algunos de los datos de la Clase A y de la clase B, la función discriminante $d(x^{(i)}, w, b)$ toma los valores de +1 y −1 respectivamente. Para el resto de los patrones de entrenamiento $\left| d(x^{(i)}, w, b) \right| > 1$. Una forma canónica óptima del hiperplano de separación se obtiene al minimizar la norma $\|w\|_1$. Presente el modelo de programación lineal que determine la forma canónica óptima del hiperplano de clasificación binaria, basado en la norma 1.