

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
PROGRAMA DE POSGRADO EN INGENIERÍA DE SISTEMAS

SISTEMAS ESTOCÁSTICOS

1.- Considere un sistema de colas que consiste en una fila y un servidor. El servicio consiste en la misma tarea rutinaria para todos los clientes. Evalúe las ventajas y desventajas de las siguientes distribuciones para modelar los tiempos de servicio: (a) Exponencial, (b) Normal, (c) Uniforme.

En base a su discusión, ¿cuál considera Usted que es la distribución más adecuada al problema?

2.- Considere la siguiente política de inventarios para cierto producto. Si la demanda durante un período excede el número de unidades disponibles, esta demanda insatisfecha se considera como un faltante y se surte cuando se recibe la siguiente orden. Sea Z_n ($n=0, 1, 2, \dots$) la cantidad de inventario menos el número de unidades faltantes antes de ordenar al final del siguiente período n ($Z_0=0$). Si Z_n es cero o positivo, no hay pedidos atrasados. Si Z_n es negativo, entonces $-Z_n$ representa el número de unidades faltantes y el inventario es 0. Si al final del período n , $Z_n < 1$, se hace un pedido de $2m$ unidades, donde m es el entero más pequeño tal que $Z_n + 2m \geq 1$. Las órdenes se surten de inmediato. Sean $D_1, D_2, \dots$ las demandas respectivas de un producto en los períodos 1,

2, ... Suponga que las D_n son variables aleatorias, independientes e idénticamente distribuidas que toman los valores 0, 1, 2, 3, 4, cada uno con probabilidad $1/5$. Sea X_n la cantidad de inventario después de ordenar al final del período n (con $X_0=2$), entonces

$$X_n = X_{n-1} - D_n + 2m \text{ si } X_{n-1} - D_n < 1$$

$$X_n = X_{n-1} - D_n \text{ si } X_{n-1} - D_n \geq 1$$

donde $\{X_n\}$ es una cadena de Markov.

a) ¿Cuáles (y porqué) son los estados de la cadena de Markov $\{X_n\}$?

b) ¿Existe un único estado estacionario? ¿Porqué? En caso afirmativo encuentre las probabilidades de estado estacionario.

c) Suponga que el costo de ordenar es $(2+2m)$ si se coloca una orden y 0 si no. El costo de inventario por período es Z_n si $Z_n \geq 0$ y cero en otro caso. Encuentre el costo promedio esperado por unidad de tiempo, en el largo plazo.

3.- Un proceso estocástico persistente es aquél en que las probabilidades de transición en un cierto instante dependen de las transiciones del proceso en instantes anteriores. Considere el siguiente ejemplo. Sea $P_n(j)$ la probabilidad de que un caminante al azar se encuentre en la posición j al tiempo n (n, j enteros), habiendo estado el paso anterior $n-1$ en la posición $j-1$. Sea $Q_n(j)$ la probabilidad equivalente cuando el paso anterior se encontraba en la posición $j+1$. Sea “ a ” la probabilidad de que el caminante dé el siguiente paso $n+1$ en la misma dirección del paso anterior y sea $b=1-a$. Escriba un conjunto de ecuaciones que describa adecuadamente la evolución de las cantidades $P_n(j)$ y $Q_n(j)$.

4.- Lea el artículo que se anexa y responda las siguientes preguntas.

- a) En la ecuación (1) que representan los λ_j .
- b) Justo debajo de la ecuación (2) se definen las $P^{(ij)}$ como las matrices de transición de estados de un solo paso de la secuencia j a estados de la secuencia i . Exactamente que significa esta definición?
- c) En la página 4, justo un poco antes de que finalice la sección 2 se plantea que: El modelo tiene una distribución estacionaria, si para una cierta norma matricial $\|\cdot\|$ se tiene que $\|M_s\| < 1$. Argumente esta aseveración.