

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
PROGRAMA DE POSGRADO EN INGENIERÍA DE SISTEMAS

Examen de Admisión al Programa Doctoral
Área Especializada

Noviembre 2006

Nombre: _____

PROGRAMACIÓN LINEAL

1. Para el problema de programación lineal

$$\begin{array}{ll} \max & x_1 + 2x_2 \\ \text{sujeto a} & -2x_1 + x_2 \leq 2 \\ & 3x_1 + x_2 \leq 9 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

obtener gráficamente la solución óptima. Resolver además este problema mediante el simplex primal. Escriba todas las soluciones básicas que contengan a x_1 e indique cuáles de éstas son factibles.

2. Formule el problema dual del ejercicio 1.
3. Incluir la restricción $x_1 + x_2 \leq 3$ en las restricciones del problema del ejercicio 1. Determinar la solución óptima, si existe, del problema modificado a partir de la solución óptima del ejercicio 1.

4. En un taller con cuatro máquinas de operación estandar se necesita localizar una nueva máquina especializada. Si se toma como eje de coordenadas el centro del taller, y las cuatro máquinas están colocadas en las coordenadas $(3, 0)$, $(0, -3)$, $(-2, 1)$, y $(1,4)$ se desea minimizar la suma de las distancias (norma 1 de la diferencia de coordenadas entre máquinas: por ejemplo la distancia de las coordenadas de la máquina nueva (x_1, x_2) a las coordenadas de la primera máquina $(3, 0)$ es $d_1 = |x_1 - 3| + |x_2|$. Para evitar un congestionamiento de productos en proceso se requiere que la máquina nueva esté localizada en la área $\{(x_1, x_2) \mid -1 \leq x_1 \leq 2, \quad 0 \leq x_2 \leq 1\}$
- Formule el problema de encontrar la localización óptima dentro del taller de la máquina nueva mediante programación lineal.

1. Un convoy de guerra formado por 4 camiones que cargan suministros militares debe despacharse desde el depósito (vértice d) hacia las tropas (vértice t) (figura 1). Los caminos que conectan el depósito de suministros con las tropas constituyen los arcos del grafo de la figura 1 y las intersecciones de esos caminos constituyen los vértices. Por razones de seguridad se limita la cantidad de camiones que pueden viajar por cada camino, siendo esta la capacidad asignada a los arcos. **Utilizando la Teoría de Flujos en Redes** conteste y argumente los siguientes incisos:

- (a) Determine si es posible realizar el envío completo.
- (b) En caso negativo, diga cuántos camiones pueden ser enviados y por qué rutas.
- (c) Además indique por qué no podrían enviarse los 4 camiones y qué podría hacerse para lograrlo.

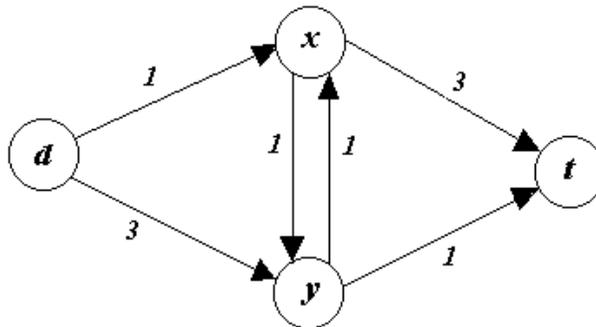


Figura 1

2. Modele cada problema siguiente a través de un grafo, explicando la interpretación de nodos, arcos, flujos, así como números asociados a nodos y/o arcos. Así mismo diga qué algoritmo debe utilizarse para su resolución.
- (a) Un pasajero visita una aerolínea porque desea viajar desde Springfield, Illinois, hasta Ankara, Turkey. Aunque no hay vuelo directo, él solicita que el tiempo en el aire sea el menor posible porque teme volar. ¿Cómo debe la aerolínea seleccionar la ruta del pasajero?
 - (b) Suponga que la aerolínea ha sido contactada por un grupo de 75 personas que desean hacer el mismo viaje (no necesariamente juntas), pero que el costo total del viaje de todo el grupo sea el menor posible.

3. El grafo siguiente muestra el sistema de caminos entre la entrada O de cierto parque y diversas instalaciones de servicio (demás letras). El parque contiene un mirador a un hermoso paisaje en la estación T. Unos cuantos tranvías transportan a los visitantes desde la entrada a la estación T. Resuelva, utilizando la teoría de Flujos en redes los siguientes problemas a los que se enfrenta el administrador del parque:

- (a) El primer problema consiste en determinar qué ruta, desde la entrada del parque hasta el mirador T es la que tiene la distancia total más corta para la operación de los tranvías (figura 2). En este caso, los números mostrados en cada arco indican distancia (km).
- (b) El segundo problema es que durante la temporada pico hay más personas que quieren tomar el tranvía a la estación T de las que se pueden acomodar. Para evitar la perturbación indebida de la ecología y de la vida silvestre de la región, se ha impuesto un racionamiento estricto en el número de viajes al día que pueden hacer los tranvías en cada camino. Así, durante la temporada pico, se pueden seguir varias rutas, sin tomar en cuenta la distancia, para aumentar el número de viajes diarios de los tranvías. La pregunta es cómo determinar las rutas para los distintos viajes de manera que se maximice el número total de viajes que se pueden hacer al día sin violar los límites impuestos en cada camino (figura 3). En este caso, los números mostrados en cada arco denotan el número máximo de viajes en ese arco.

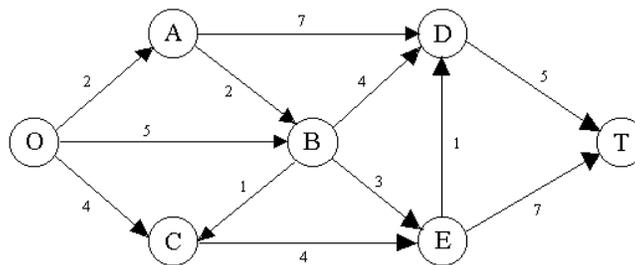


Figura 2

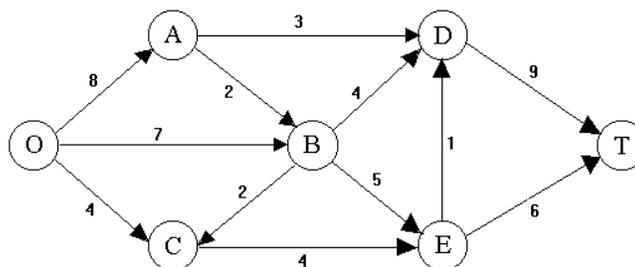


Figura 3

1. Considere una oficina postal la cual es atendida por dos servidores. Suponga que cuando Don Cuco entra a la oficina, descubre que Don Aureliano está siendo atendido por uno de los servidores y Don Bruno por el otro. Suponga además que se le dice a Don Cuco que se comenzará a atender tan pronto se desocupe uno de los servidores. Si la cantidad de tiempo que cada empleado toma en atender un cliente se distribuye exponencialmente con media $1/\lambda$, ¿cuál es la probabilidad de que, de los tres clientes, Don Cuco es el último en salir de la oficina de correos?

2. Suponga que tiene un sistema de sonido con dos componentes principales: el aparato receptor y una bocina. Si el tiempo de vida del receptor se distribuye exponencialmente con media 1000 horas y el tiempo de vida de la bocina tiene una distribución exponencial con media 500 horas independientemente del tiempo de vida del receptor, entonces ¿cuál es la probabilidad de que una falla del sistema (cuando ésta ocurra) sea causada por el aparato receptor?

3. En un sistema de línea de espera de una sola fila y un servidor, suponga que los clientes arriban a una tasa de Poisson de uno cada 12 minutos y que el tiempo de servicio se distribuye exponencialmente a una tasa de un cliente servido cada 8 minutos.
 - (a) ¿Cuál es el número promedio de clientes en el sistema?
 - (b) ¿Cuál es la cantidad promedio de tiempo que un cliente pasa haciendo cola, esperando a ser servido?
 - (c) Si la tasa de arribo se incrementa en un 20%, ¿cuál sería el cambio correspondiente en las cantidades calculadas en (a) y (b)?

4. En cualquier día dado, Ronaldo está alegre (A), regular (R) o triste (T). Si él está alegre hoy, entonces el estará A, R o T mañana con correspondientes probabilidades 0.5, 0.4, 0.1. Si el se siente regular hoy, entonces él estará mañana A, R o T con probabilidades 0.3, 0.4, 0.3. Si el está triste hoy, entonces él se sentirá A, R o T mañana con probabilidades 0.2, 0.3, 0.5.
 - (a) Modele este proceso como una cadena de Markov con su correspondiente matriz de transición de probabilidades.
 - (b) A la larga, ¿qué proporción del tiempo Ronaldo está en cada uno de los tres estados de ánimo: alegre, regular y triste?