

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
DIVISIÓN DE POSGRADO EN INGENIERÍA DE SISTEMAS

Examen de Admisión al Programa Doctoral
Área Básica

Noviembre 2006

Nombre: _____

ÁLGEBRA LINEAL

1. Calcular el rango de la matriz

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 5 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

2. Dadas las matrices A y B de abajo, determine la matriz C tal que $A \cdot C = B$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Dado el sistema de vectores $H = \{(1,-1,1,0), (2,1,4,3), (0,2,0,1), (5,-1,1,-1)\}$, seleccione en H una base del subespacio lineal S(H).

4. Dado el sistema abajo, ¿puede afirmarse que es consistente? Justifique su respuesta.

$$\begin{array}{rclcl} x_1 & + & 2x_2 & - & 3x_3 & + & x_4 & = & 1 \\ & & x_2 & - & 5x_3 & + & 6x_4 & = & 2 \\ x_1 & + & 3x_2 & - & 8x_3 & + & 7x_4 & = & 3 \\ x_1 & + & 4x_2 & - & 13x_3 & + & 13x_4 & = & 5 \end{array}$$

5. Dado el siguiente sistema de desigualdades, determine cuál es el valor máximo que puede tomar w y que satisfaga todas las desigualdades. ¿Cuál sería el valor mínimo de w que satisface todas las desigualdades? Justifique su respuesta.

$$\begin{aligned}2 + 3w &\leq 20 \\36 - 4w &\geq 0 \\10 + 5w &\leq 0\end{aligned}$$

CÁLCULO

1. A una lámina rectangular de 40 cm de ancho y 10 cm de largo se le corta un cuadro del mismo tamaño en cada esquina para después hacer los dobleces necesarios y formar una caja sin tapa. ¿De qué tamaño deben ser los cortes para que la cantidad de agua que pueda contener la caja sea máxima?
2. Sean $f(x) = \sin(8x^3 + e^x)$, $g(x,y,z) = 2xy^2 + e^{5xz}$ y $h(t) = 5^t$.
 - (a) Hállese $f'(x)$.
 - (b) Hállense las derivadas parciales de g .
 - (c) Hállese el gradiente de g .
 - (d) Hállese $h'(t)$.
3. Hállese el punto de la parábola $\{(x,y) \mid x^2 = 4y\}$ más cercano al punto $(0,1)$.
4. Halle los puntos extremos de la función $f(x,y) = x^2 - y^2$.
5. Un globo se reventó cuando se estaba inflando al tener $\frac{1}{2} \text{ m}^3$ de aire. Al globo se le inyectó aire a razón de $2 \text{ m}^3/\text{h}$. ¿Cuál es la rapidez con la que estaba aumentando el radio del globo al momento de reventarse? (Recuérdese que el volumen V de una esfera de radio r está dado por $V = (4/3)\pi r^3$.)
6. La temperatura T en cualquier punto (x,y,z) de una bola de metal es inversamente proporcional a la distancia desde el centro de la bola, el cual se toma en el origen. La temperatura en el punto $(1.0, 0.2, 2.0)$ es de 120° .
 - (a) Halle la velocidad de cambio de T en $(1,2,2)$ y en la dirección que va al punto $(2,1,3)$.
 - (b) Muestre que para cualquier punto en la bola, la dirección de mayor incremento en la temperatura está dado por un vector que apunta hacia el origen.

7. Respóndase a la siguiente pregunta y justifíquese la respuesta. ¿Qué número es mayor 10000^{1000} ó 1000^{10000} ?

PROBABILIDAD

1. Una familia tiene tres hijos. ¿Cuál es la probabilidad condicional de que los tres sean de sexo masculino dado que al menos uno de los tres lo es?
2. Al contestar una pregunta de opción múltiple en un examen dado, un estudiante sabe la respuesta ó intenta adivinar. Sea p la probabilidad de que él conozca la respuesta y $1 - p$ la probabilidad de que intente adivinar ($0 < p < 1$). Supongamos que si el estudiante intenta adivinar, la respuesta será correcta con probabilidad $1/m$, donde m es el número de alternativas en la pregunta. ¿Cuál es la probabilidad condicional de que el estudiante conozca en verdad la respuesta a la pregunta dado que la respondió correctamente?
3. Se sabe que todos los artículos producidos por una cierta máquina salen defectuosos con probabilidad 0.1, independientemente de cada uno. ¿Cuál es la probabilidad de que en una muestra de tres artículos, a lo mucho uno es defectuoso?
4. Suponga que X es una variable aleatoria discreta con la siguiente función de masa de probabilidad: $p(X = 0) = 0.2$, $p(X = 1) = 0.5$, $p(X = 2) = 0.3$. Calcule $E[X^2]$ ($E[\]$ denota el valor esperado).
5. Sea X una variable aleatoria exponencial cuya función de densidad de probabilidad está dada por $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$, $x \geq 0$, $\lambda > 0$. Calcule $E[X]$.

PROGRAMACIÓN

1. Un número primo es aquel número entero que únicamente es divisible por sí mismo y por la unidad, por consiguiente un número no primo es aquel número entero que puede ser divisible por un número entero distinto a sí mismo y a la unidad. Por ejemplo, 5 es un número primo porque únicamente puede ser divisible por 1 ó por 5, pero 12 no es primo porque es divisible, por ejemplo, por 2. Escriba un programa o conjunto de pasos que tomen como input o entrada un número entero arbitrario n , y reporte como salida si el número es primo o no.
2. Dada una sucesión finita (a_1, a_2, \dots, a_n) de n números reales (con posibles repeticiones), desarrolle un algoritmo que obtenga una sucesión no decreciente (ordenada de menor a mayor), con las mismas n componentes de la sucesión dada.