

# Optimizando el despliegue de recursos en la extinción de un incendio forestal

Sanzon Mendoza Armenta<sup>A</sup>, Roger Z. Ríos Mercado<sup>B</sup>,  
Minerva A. Díaz Romero<sup>C</sup>

<sup>A</sup> FCFM-Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

<sup>B</sup> FIME-UANL, Programa de Posgrado en Ingeniería de Sistemas

<sup>C</sup> Universidad de Las Américas Puebla

sanzon@fismat.umich.mx , roger.rios@uanl.edu.mx ,  
minerva@yalma.fime.uanl.mx

## RESUMEN

*El objetivo de este trabajo es ilustrar cómo la Investigación de Operaciones puede emplearse para la organización óptima en la extinción de incendios forestales en una determinada área. Tomando en cuenta los recursos disponibles y los costos de las diversas decisiones, la solución al modelo planteado determina qué recursos deben ser usados y en que período de tiempo deben usarse, para minimizar los costos de apagar el incendio forestal. Esto se representa mediante un problema de programación lineal entera, ya que las decisiones de cuándo y cómo ubicar los recursos son variables binarias. Se presenta un modelo matemático tomado de la literatura. La resolución del modelo se ilustra en un caso práctico tomando como base un problema proveniente del estado de California, EUA. Una contribución de este trabajo es que propone una serie de adecuaciones con lo que resulta un modelo diferente que incorpora restricciones. Se lleva a cabo además un análisis de sensibilidad de cómo el modelo responde a diversos cambios en la información del problema o recursos disponibles.*



## PALABRAS CLAVE

Investigación de operaciones, programación lineal entera, incendios forestales.

## ABSTRACT

*The purpose of this work is to illustrate how OR can be successfully applied to optimal planning in forest wildfire management in a certain region. By taking into account the available resources and the decision costs, the optimal solution to the model determines what resources must be used and when they must be applied, so as to minimize total costs while stopping the fire. This is represented by a mixed-integer linear optimization model since the decision variables are binary in nature. A mathematical model taken from literature is presented. The resolution of this model is illustrated in a case study based on a problem arising in California, USA. A contribution of this work is that a serie of adequations was proposed, giving a different model that incorporates additional constrictions. Sensitivity analysis is carried out to hedge how the model responds to different changes in input data or requirements.*

## KEYWORDS

Operations research, integer programming, wildfire management.

## INTRODUCCIÓN

De acuerdo con la Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales (SEMARNAT),<sup>1</sup> tan solo en el 2009, se registraron un total de 9,542 incendios forestales en 32 entidades federativas, afectando una superficie de 298,467.96 hectáreas en todo el territorio nacional mexicano. Los estados con mayor número de incendios forestales son: México, Distrito Federal y Michoacán por mencionar algunos. Sin embargo, el estado con mayor superficie afectada es Baja California con 71,854.66 hectáreas como se muestra en la tabla I. El estado de Nuevo León figura entre los estados con menor número de incendios, con una cantidad de 76 incendios reportados con una superficie afectada de 3,090.77 hectáreas afectadas.

Tabla I. Entidades federativas con mayor número de incendios en el 2009.

Lugar	Entidad federativa	Número de incendios	Superficie afectada (ha)
1	México	1,808	6,030.50
2	Distrito Federal	1,186	1,851.35
3	Michoacán	1,083	12,468.75
4	Chihuahua	842	10,703.87
5	Puebla	512	7,402.81
6	Jalisco	402	9,458.50
7	Chiapas	394	12,514.32
8	Tlaxcala	357	2,080.00
9	Hidalgo	311	3,336.81
10	Baja California	274	71,854.66
	Subtotal	7,169	137,701.57
	% del total nacional	75.13	46.14
	Otros	2,373	160,766.39
	Total nacional	9,542	298,467.96

Es evidente la importancia de un plan para apagar incendios forestales, lo cual se evidencia por el gran área afectada en una buena parte de la República Mexicana.<sup>1</sup> Este tipo de problemas en particular requieren de una solución de forma rápida y eficiente, tomando decisiones que ayuden a sofocar un incendio forestal generalmente alejado de la población, utilizando los recursos con los que se cuenta.

Podemos resolver este problema usando la filosofía de Investigación de Operaciones (IO), que es una rama de las matemáticas que trabaja con modelos matemáticos y se encarga de toma de decisiones, y así, maximizar o minimizar procesos.<sup>2</sup> Existe una diversidad de problemas y modelos que han sido abordados con modelos y métodos de la IO. Véase por ejemplo las referencias<sup>3,4</sup>.

Las prácticas de gestión de incendios varían en las diferentes partes del mundo debido a las variaciones en el clima, la vegetación y las necesidades de la sociedad: Australia (Loane y Gould),<sup>5</sup> Rusia (Kurbatskii y Tsvetkov)<sup>6</sup> y Grecia (Dimopoulou y Giannikos).<sup>7</sup>

En el trabajo de Dimopoulou y Giannikos,<sup>7</sup> la metodología que se emplea para clasificar las regiones dentro de un área forestal es de acuerdo a varios factores que afectan el desarrollo de un incendio forestal como son: clima, vegetación, pendiente y velocidad del viento. De acuerdo a estos factores, la clasificación se basa en información proporcionada por un Sistema de Información Geográfica (SIG). Esta información se transmite luego a un modelo de optimización que determina la ubicación óptima de los recursos de extinción de incendios. Un modelo de máxima cobertura es empleado para que tenga en cuenta la clasificación de las regiones mediante la variación de la cobertura en las regiones de clase diferente. El método se ha aplicado a la zona de Parnitha, cerca de Atenas. En este modelo el número de vehículos disponibles de lucha contra incendios es dado y el principal objetivo es determinar su despliegue óptimo.

Haight y Fried<sup>8</sup> presentan un modelo de programación entera mixta estocástica que permite determinar el despliegue de recursos con el objetivo de minimizar el número de recursos enviados y el número de incendios que no reciben respuesta en un tiempo estándar. Los parámetros del modelo son: las estaciones de recursos y la distribución de probabilidad de ocurrencia de los incendios en el área de estudio. También se conoce el tiempo que tarda un recurso de las estaciones a los posibles lugares de incendios. Se desea determinar dónde y cuánta cantidad de recursos ubicar en las estaciones al inicio del día y, una vez conocido el patrón de incendios, cómo y dónde enviar los recursos a apagarlos. El objetivo es minimizar el número de incendios que no

reciben una respuesta estándar así como el número de recursos necesarios que pueden llegar al fuego dentro de un tiempo límite de respuesta, sujetas a su disponibilidad.

Gorte y Gorte<sup>9</sup> hacen una determinación de la mezcla específica de recursos de lucha contra incendios en un caso determinado, para identificar el mínimo valor de la función de costo. Resuelven el modelo mediante el lenguaje de modelación algebraica LINGO. Realizan además un análisis de sensibilidad que se hace sobre los datos del modelo, para demostrar la flexibilidad de la estructura del modelo. Además, el modelo se utiliza para determinar los recursos a usar teniendo limitaciones de presupuesto a las que suelen enfrentarse los gestores de apagados de incendios. Este modelo, al igual que otros modelos de planificación de instalación de recursos para extinguir el fuego, requiere el uso de datos históricos de incendios en el área de estudio.

La idea en el presente trabajo es el ilustrar como la rama de la IO puede ser utilizada para sustentar el apoyo científico a un problema de toma de decisiones en la gestión de incendios forestales. Para tal efecto, se toma como base un modelo de la literatura propuesto por Donovan y Rideut<sup>4</sup> para la minimización del costo monetario total que lleva apagar un incendio forestal haciendo el mejor uso posible de los recursos que se tienen disponibles. Adicionalmente, proponemos algunas restricciones al modelo que ilustran cómo éste puede adecuarse a diferentes situaciones de índole práctico. Finalmente, la resolución del modelo original y el modificado es ilustrada en un caso práctico que surge en California, EUA, tomando como datos del modelo la información del problema planteado por Donovan y Rideut.<sup>4</sup>

## PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El proponer un modelo matemático que optimice recursos para contener un incendio forestal es un problema en el que ya se tiene tiempo trabajando.<sup>3,7</sup> Históricamente uno de los primeros modelos con el que se trabajó fue el desarrollado por National Fire Management Analysis System (NFMAS), de EUA, el cual está basado en el modelo Cost Plus Net value Change (C + NVC) que es un modelo

que surgió en economía. Este modelo<sup>4</sup> es el que se ilustra en este trabajo. Éste es un modelo que minimiza el costo monetario total que lleva detener un incendio, minimizando la suma total de costo de los recursos expedidos en cierto periodo de tiempo durante un incendio forestal. Esto es, se tiene un incendio forestal el cual tiene un tiempo de vida finito. Dividámoslo en periodos de tiempo, de esta manera en cada periodo de tiempo podemos tomar una decisión de qué recursos nos conviene usar para combatir el incendio, es decir, tomar la decisión óptima de organización para enviar los recursos en el periodo de tiempo adecuado.

Bajo estas condiciones, el problema consiste en minimizar el costo total que lleva contener el incendio, decidiendo en base a una lista de posibles recursos, los cuales tienen cuatro parámetros importantes que son: renta ( $r$ ), costo por hora ( $cv$ ), tiempo de llegada y eficiencia atacando el incendio. Cada uno de estos parámetros de los recursos tienen un significado importante. Costo fijo de renta es lo que cuesta rentar un recurso sin importar los períodos de tiempo que sea utilizado, a diferencia de costo por hora el cual tiene un valor para cada período de tiempo que sea usado. Tiempo de llegada es el tiempo que tarda en llegar un recurso al incendio, en el cual el recurso no proporciona un rendimiento. Por último se tiene el parámetro que mide cuanto avanza cada recurso combatiendo el incendio, lo llamamos rendimiento.

A nuestro problema lo conforman los siguientes parámetros y variables de decisión:  $C_i$  denota el costo por hora (US\$) del  $i$ -ésimo recurso el cual es un costo variable. Con  $H_j$  denotamos el período de tiempo actual (hr).  $P_i$  es el costo fijo de renta del  $i$ -ésimo recurso (a diferencia de  $C_i$ ,  $P_i$  es el costo de usar el  $i$ -ésimo recurso sin importar el tiempo



que sea utilizado).  $NVC_j$  es el costo variable por cada área afectada, es decir, una penalización por el área afectada hasta el  $j$ -ésimo período de tiempo.  $A_i$  es el tiempo que tarda en llegar el  $i$ -ésimo recurso al incendio.  $PR_i$  es la línea de reconstrucción del incendio controlado medida en kilómetros.  $PER_j$  es el incremento del incendio en cada período de tiempo  $j$  medido en kilómetros.  $SP_j$  es el perímetro total del incendio hasta el  $j$ -ésimo período de tiempo medido en kilómetros. Por último,  $m$  es el número total de períodos de tiempo que dura el incendio y  $n$  el número total de recursos que se tienen para controlar el incendio. Cabe destacar que  $A_i$ ,  $C_i$ ,  $P_i$  y  $PR_i$  son parámetros de los recursos y  $NVC_j$ ,  $H_j$ ,  $PER_j$  y  $SP_j$  son parámetros del comportamiento del incendio forestal.

Las variables de decisión están dadas por:

$$\begin{aligned}
 D_{ij} &= \begin{cases} 1 & \text{si el recurso } i \text{ es usado en el período de tiempo } j \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases} \\
 Y_j &= \begin{cases} 1 & \text{si el fuego no ha sido contenido en el tiempo } j \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases} \\
 Z_i &= \begin{cases} 1 & \text{si el recurso } i \text{ es usado} \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases} \\
 L_j &:= \text{área total del incendio controlada hasta el tiempo } j \\
 N_j &:= \text{variable que toma el valor de } Y_{j-1}
 \end{aligned}$$

Teniendo en mente los parámetros asociados a los recursos así como también las variables de decisión que envuelven el problema, el modelo matemático (propuesto por Donovan y Rideout)<sup>4</sup> con el que se trabajó es el siguiente:

$$\text{Minimizar } f = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n C_i H_j D_{ij} + \sum_{i=1}^n P_i Z_i + \sum_{j=1}^m NVC_j N_j \quad (1)$$

sujeto a

$$\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n (H_j - A_i) PR_i D_{ij} \geq \sum_{j=1}^m PER_j N_j \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^m D_{ij} \leq Z_i \quad i=1, \dots, n \quad (3)$$

$$SP_j N_j - L_j \leq mn Y_j \quad j=1, \dots, m \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^n (H_j - A_i) PR_i D_{ij} = L_j \quad j=1, \dots, m \quad (5)$$

$$N_{j+1} = Y_j \quad j=1, \dots, m \quad (6)$$

$$L_j \geq 0 \quad j=1, \dots, m \quad (7)$$

$$D_{ij}, Y_j, Z_i \in \{0, 1\} \quad i=1, \dots, n \quad j=1, \dots, m \quad (8)$$

$$N_j \in \{0, 1\} \quad j=2, \dots, m+1 \quad (9)$$



El objetivo (1) es minimizar el costo total incurrido desglosado de la siguiente manera. El término  $C_i H_j D_{ij}$  representa el costo por usar el  $i$ -ésimo recurso en el período de tiempo  $j$  si  $D_{ij}$  toma el valor de 1, es decir, si el recurso  $i$  es usado en el período de tiempo  $j$ . El término  $P_i Z_i$  es el costo total de renta de los recursos utilizados para contener el incendio. Se activa si  $Z_i$  toma el valor de 1. Finalmente  $NVC_j N_j$  es el costo de penalización por el área afectada. La restricción (2) básicamente nos dice en qué período de tiempo  $j$  el incendio ha sido controlado y se cumple cuando la línea total de reconstrucción es mayor o igual que el área afectada. La restricción (3) indica que un recurso sólo puede ser utilizado en un período de tiempo. La restricción (4) nos dice cuanto se ha avanzado atacando el incendio hasta el período de tiempo  $j$ . En la restricción (5) se asigna a  $L_j$  la línea total de reconstrucción del incendio, esto es, en el periodo de tiempo  $j$  cuanto se ha avanzado en el control del incendio. La última restricción (6) funciona como una variable rezagada que depende de  $Y_j$ . Finalmente, (7)–(9) establecen las condiciones sobre las variables de decisión.

Este es un modelo de programación lineal entera mixta dado que todas sus restricciones y objetivo son funciones lineales y existen variables de decisión que deben ser enteras. Por lo tanto, para resolverlo se emplea el método de Ramificación y Acotamiento.<sup>2</sup>

## CASO ESTUDIO

Este tipo de problemas no solo surgen en México, naturalmente. Para ilustrar la metodología de solución y la valía del modelo, proporcionamos el siguiente ejemplo con algunos datos tomados de la literatura en un caso práctico en el estado de California, EUA.<sup>5</sup>



Consideremos que se tiene un incendio forestal con las siguientes características. Tenemos 6 períodos de tiempo y cada período es de 1 hora, en el primer período tenemos que el incendio tiene un perímetro de 0.3 Km y un área de 0.7 hectáreas afectadas, y así con los demás períodos de tiempo, como se muestra en la tabla II.

En la tabla III se muestra la información de los recursos disponibles para sofocar el fuego. Por ejemplo, el primer recurso es un Dozer que tiene un tiempo de llegada al incendio (Arr) de 2 horas, un costo de \$ 175.00 por hora y un costo de renta (Pre) de \$ 300.00, con un rendimiento (Prod) de 0.36 Km/hr.

Tabla II. Características del comportamiento del fuego.

Hora	Perímetro (km)	Área (ha)
1	0.3	0.7
2	1.0	5.6
3	1.3	9.6
4	1.8	15.9
5	2.0	20.3
6	2.2	24.3

Tabla III. Características de los recursos para combatir el fuego.

	Recurso	Arr(hr)	Costo (\$/hr)	Renta (\$)	Rendimiento (km/hr)
1	Dozer	2.0	175	300	0.36
2	Tractor con rastra	2.5	150	500	0.45
3	Cuadrilla tipo I	0.5	125	500	0.20
4	Cuadrilla tipo II	1.0	175	600	0.25
5	Máquina #1	1.5	75	400	0.09
6	Máquina #2	1.5	100	900	0.10
7	Máquina #3	1.0	125	600	0.15

## RESULTADOS

Se elaboró un programa en GAMS,<sup>10</sup> que es un software de modelación algebraica para resolver problemas de optimización, y se introdujo el modelo matemático así como las características del comportamiento del fuego y de los recursos. Se utilizó el método de Ramificación y Acotamiento para solucionar el modelo de programación lineal entera mixta.

Se efectuaron varias ejecuciones del programa, cambiando parámetros tanto del fuego como de los recursos con la finalidad de tener una idea más amplia de cómo funciona el modelo matemático. Estos tres diferentes escenarios los denotamos como Modelo A, B y C, respectivamente. El modelo A es el planteado por Donovan y Rideout,<sup>4</sup> descrito anteriormente, mientras que los modelos B y C son adecuaciones nuestras para ilustrar algunos requerimientos adicionales. Los resultados de este proceso se muestran en la tabla IV.

Tabla IV. Resultados.

Modelo	Costo (cv)	Renta (r)	NVC	cv+r+ NVC	Recursos	Tiempo
A	1,425	1,400	960	3,785	1, 3, 4	3
B	1,375	1,000	2,030	4,405	2, 3	5
C	1,625	800	2,030	4,455	1, 2	6

Consideremos el modelo matemático planteado anteriormente como el modelo A. Usando este modelo sin restricciones de costos podemos contener el incendio en el tercer período de tiempo utilizando los recursos 1, 3 y 4. Con un costo de \$ 3,785 en total, que es la suma de costo por hora, renta y la penalización por el área afectada.

Ahora consideremos el modelo A con la restricción de que el costo por hora y de renta no deba exceder la cantidad de \$ 2,500, esto es,

$$\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n C_i H_j D_j + \sum_{i=1}^n P_i Z_i \leq 2,500,$$

denotando este como el modelo B. Con esta restricción podemos contener el incendio en el quinto período de tiempo usando los recursos 2 y 3, con un costo total de \$ 4,405.

Adicionalmente, el modelo C consiste en agregar otra restricción para la renta de los recursos como la siguiente,

$$\sum_{i=1}^n P_i Z_i \leq 900 \tag{10}$$

El costo total que lleva contener el incendio es de \$ 4,455, en pocas palabras, más caro respecto a los modelos A y B.

Ahora bien, en el siguiente experimento, consideremos que se cuenta con dos recursos más, 8 y 9. El recurso 8 tiene un tiempo de llegada de 0.001

hora pero un precio de renta de \$ 1,000 y \$ 250 de costo por hora, a diferencia de los recursos de la tabla III el recurso 9 es más caro pero muy eficiente. Como podemos observar el recurso 9 es lo contrario que el recurso 8. La información se resume en la tabla V.

Tabla V. Información de recursos adicionales.

Recurso	Arr (hr)	Costo (\$/hr)	Renta (\$)	Prod (km/hr)
8	0.001	250	1000	1.00
9	4.000	20	100	0.05

Además consideremos la posibilidad de que un recurso pueda ser utilizado más de un período de tiempo. Con esta nueva información, procedemos a resolver de nuevo los modelos A, B y C. Los resultados se muestran en la tabla VI.

Tabla VI. Resultados con los recursos adicionales.

Modelo	Costo ( $cv$ )	Renta ( $r$ )	$NVC$	$cv+r+ NVC$	Recursos	Tiempo
A	250	1,000	70	1,320	8	1
B	250	1,000	70	1,320	8	1
C	1,625	800	2,030	4,455	1, 2	5

Como puede apreciarse, en el modelo A como no se tienen restricciones de costos se puede usar el recurso 9, con este recurso se contiene el incendio en el primer período de tiempo con un costo total de \$ 1, 320.00. Con el modelo B se puede seguir ocupando el recurso 9 (en caso de que el presupuesto



para la renta y costo por hora sea de \$ 1,000.00, no podríamos utilizar el recurso 9 ya que se estaría excediendo el presupuesto, como no es el caso se utiliza el recurso), pero en el modelo C como se tiene la restricción (7) de que la renta del recurso no debe exceder la cantidad de \$ 900.00 ya no puede ser utilizado por lo que la óptima opción es utilizar los recursos 1 y 2.

## CONCLUSIONES

En el presente trabajo se ha ilustrado con un ejemplo sencillo pero lo suficientemente relevante la valía de la Investigación de Operaciones para asistir a la toma de decisiones en el ámbito de la gestión forestal para el ataque a incendios. Tomando como base un modelo de la literatura sobre un problema de asignación de recursos para minimizar costos de operaciones, se han propuesto algunas modificaciones al modelo para ilustrar diferentes restricciones y situaciones. Se tomó un caso estudio del estado de California, EUA, para ilustrar cómo se formula mediante un modelo de programación entera y además se ha ilustrado cómo puede modificarse el modelo considerando otras restricciones adicionales.

Como se ha documentado en la sección experimental, en el modelo A (el original) se obtiene una solución óptima para contener el incendio que contrasta con las soluciones obtenidas de los modelos B y C, los cuales incluyen más restricciones y por ende su costo asociado es mayor, además que la superficie afectada por el incendio es más grande en estos últimos.

## AGRADECIMIENTOS

Sanzon Mendoza Armenta fue apoyado con una beca de Verano Científico de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH). Minerva A. Díaz Romero agradece el apoyo de CONACYT mediante una beca de estudios de maestría en el Programa de Posgrado en Ing. de Sistemas de la FIME, UANL. Esta investigación fue también apoyada por el CONACYT (apoyos CB05-01-48499-Y y CB11-01-166397) y la UANL (apoyos PAICYT CE012-09 y ITS511-10).

## REFERENCIAS

1. Comisión Nacional Forestal. Reporte semanal de resultados de incendios forestales 2009: Datos acumulados del 01 de enero al 10 de diciembre de 2009. Reporte técnico, SEMARNAT, 2010. Disponible en <http://www.conafor.gob.mx>.
2. F. S. Hillier y G. J. Lieberman. Introducción a la investigación de operaciones. McGraw-Hill, México, D.F, 1997.
3. M. A. Díaz Romero. Un Marco Integrado para el Control y Gestión de Incendios Forestales. Tesis de Maestría, Programa de Posgrado en Ingeniería de Sistemas, Universidad Autónoma de Nuevo León, San Nicolás de los Garza NL, México, Abril 2011.
4. G. H. Donovan y D. B. Rideout. An integer programming model to optimize resource allocation for wildfire containment. *Forest Science*, 49(2):331–335, 2003.
5. I. Loane y J. S. Gould. Aerial Suppression of Bushfires. National Bushfire Research Unit, Canberra, Australia, 1986.
6. N. B. Kurbatskii y P. A. Tsvetkov. Integrated optimization in forest fire control mangement. *Canadian Journal of Forest Research*. 119(8):733-749, 2001.
7. M. Dimopoulou y I. Giannikos. Spatial optimization of resources deployment for forest-fire management. *International Transactions in Operational Research*, 8(3):523–534, 2001.
8. R. G. Haight y J. Fried. Deploying wildland fire suppression resources with a scenario-based standard response model. *INFOR*, 45(1):31–39, 2007.
9. J. K. Gorte y R. W. Gorte. Application of economic techniques to fire management. Informe Técnico 7, US Department of Agriculture, Washington, EUA, Junio 1979.
10. A. Brooke, D. Kendrick y A. Meeraus. GAMS: A User's Guide Release 2.25. The Scientific Press, San Francisco, EUA, 1992.

