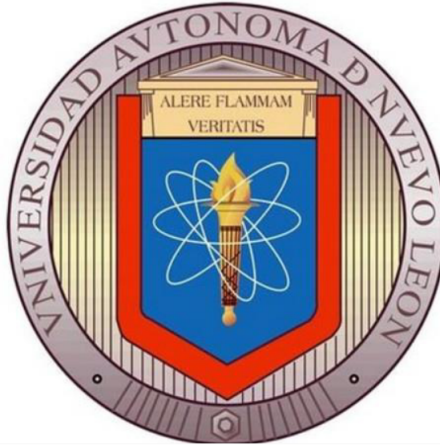


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS



**UN PROBLEMA BINIVEL DE REDISTRIBUCIÓN DE
TERRITORIOS DE VENTA CONSIDERANDO SATISFACCIÓN DEL
CLIENTE**

PRESENTA

DÁMARIS ARIZHAY DÁVILA SORIA

**EN OPCIÓN AL GRADO DE
MAESTRÍA EN CIENCIAS CON ORIENTACIÓN EN
MATEMÁTICAS**

ENERO 2017

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS

CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS



UN PROBLEMA BINIVEL DE REDISTRIBUCIÓN DE
TERRITORIOS DE VENTA CONSIDERANDO SATISFACCIÓN DEL
CLIENTE

PRESENTA

DÁMARIS ARIZHAY DÁVILA SORIA

EN OPCIÓN AL GRADO DE
MAESTRÍA EN CIENCIAS CON ORIENTACIÓN EN
MATEMÁTICAS

ENERO 2017

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICO MATEMÁTICAS
CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN CIENCIAS FÍSICO-MATEMÁTICAS

Los miembros de este comité recomendamos que la tesis: Un problema binivel de redistribución de territorios de venta considerando satisfacción del cliente, presentada por la Lic. Dámaris Arizhay Dávila Soria, sea aceptada como requisito parcial para obtener al grado de Maestría en Ciencias con Orientación en Matemáticas.

El comité de tesis

Dr. José Fernando Camacho Vallejo
Asesor

Dra. Rosa Guadalupe González Ramírez
Co-asesora

Dr. Álvaro Eduardo Cordero Franco
Revisor

Vo.Bo.

Dr. José Fernando Camacho Vallejo
Coordinador del Posgrado en Ciencias con Orientación en Matemáticas

*Dedicado a
mi familia*

Agradecimientos

Quiero agradecer en primer lugar a mis padres Daniel y Maria Luisa; por su apoyo, por sus consejos, por siempre estar conmigo en las buenas y malas, por ser mi soporte en esta y en cada una de las etapas de mi vida. ¡Gracias!

A mi hermano Juan Daniel, por su gran ayuda, por sus aportes a mi trabajo de tesis, por estar siempre para mí y por los innumerables sacrificios que ha realizado para que yo esté hasta donde he llegado hoy.

Gracias Luis Fernando por ser mi soporte en tiempos difíciles, por aceptar junto conmigo cada uno de los retos que se presentan en mi vida, por darme ánimos y hacerme ver que todo se puede lograr en la vida, este trabajo también es por tí.

A mi asesor de tesis Dr. Fernando Camacho, por aceptar guiarme durante mi etapa de maestría, por todo su valioso tiempo invertido en este trabajo, por su gran ayuda y enseñanzas, por su humildad al compartirme sus conocimientos y estar dispuesto siempre a escuchar mis dudas, quedo profundamente agradecida por todas y cada una de las cosas que aprendí de él.

A mi co-asesora Dra. Rosa Gzz. por su amable recibimiento en mi estancia de investigación en Chile, por lo académico y lo personal gracias por permitirme adquirir nuevos conocimientos lejos de mi hogar y hacerme sentir como en familia, igualmente quedo agradecida con Luis Ascencio, y la Dra Mónica López, quienes formaron tambien parte importante en mi estancia en Chile gracias por su apoyo y por su hospitalidad.

Al Dr. Samuel Nucamendi, por su desinteresada ayuda en la elaboración de este trabajo, por sus grandes aportes y su amable disposición.

A mis compañeros de posgrado por estar conmigo en las risas y en las tristezas, por ser mi segunda familia, por ayudarme siempre.

Y por último pero no menos importante al CONACYT por su soporte durante estos dos años, por confiar en mí aceptándome como becaria y por brindarme el apoyo necesario para mi estancia de investigación en Santiago de Chile.

Resumen

En este trabajo consideramos un problema de creación de territorios y ruteo, que consiste en dividir un conjunto de clientes en un número fijo de territorios tomando como objetivo principal la minimización de las distancias entre los clientes (dispersión). Después de tener la configuración de clientes asignados a territorios, los cuales son asociados a repartidores, se busca minimizar el tiempo de espera de cada cliente en cada uno de los territorios creados.

El problema es formulado como un modelo de programación binivel con múltiples seguidores, donde en el nivel superior (líder) se forman los territorios garantizando que todos los clientes estén asignados a uno solo y a que no haya territorios vacíos. Algunas otras restricciones, tales como el balanceo de la carga de trabajo se consideran en el nivel superior. Por otro lado, en el nivel inferior (seguidor) se conoce el conjunto de clientes asociado a cada territorio y en base a esto, cada repartidor realiza libremente su ruta. Para diseñar las rutas, lo hará enfocado en la satisfacción del cliente, es decir, busca minimizar los tiempos de espera de cada uno de ellos.

Después de tener las rutas diseñadas en base al tiempo de espera de los clientes, se debe verificar el cumplimiento de una restricción de presupuesto dada por la empresa. Es decir, existe una restricción de acoplamiento en el nivel superior que involucra las variables del seguidor.

En éste trabajo, además de proponer el modelo matemático para formular este problema, proponemos un algoritmo heurístico capaz de resolver de manera eficiente el problema. El algoritmo propuesto consiste en un método constructivo multi-arranque que explora soluciones del líder y para cada una de ellas resuelve de manera óptima el nivel inferior. El algoritmo propuesto explota las características del problema al aplicar búsqueda local en las soluciones del líder sin necesidad de resolver el nivel inferior durante cada exploración. Dicho algoritmo fue aplicado para resolver un caso de estudio de una empresa local de la ciudad. Además, se probaron con instancias de prueba para validar su robustez y buena aplicabilidad.

Los resultados muestran que el algoritmo tiene un buen desempeño en todas las instancias de prueba. Por otro lado, los resultados muestran que el hecho de considerar la satisfacción de los clientes durante el proceso de decisión se va a afectar la dispersión pero las cargas de trabajo se van a balancear satisfactoriamente.

Índice general

Agradecimientos	II
Resumen	III
1. Introducción	1
1.1. Descripción del Problema	2
1.2. Motivación	2
1.3. Objetivo	3
1.4. Metodología	3
1.5. Estructura de la Tesis	4
2. Revisión de literatura	6
2.1. El problema de creación de territorios de venta	6
2.2. Métricas utilizadas para problemas de diseño de territorios	8
2.3. Latencia aplicada a problemas de ruteo	11
2.4. Programación Binivel	13
3. Problema de creación de territorios de venta con latencia de los clientes	15
3.1. Planteamiento del problema	15
3.2. Modelación Matemática	16
3.3. Características del modelo matemático	21
4. Algoritmo heurístico propuesto	23
4.1. Construcción inicial	24
4.2. Reparación	26
4.3. Búsqueda local	28
4.3.1. Intercambio	29
4.3.2. Remover/Insertar	30
4.4. Resolución del nivel inferior	32
4.5. Verificación de la factibilidad binivel	32
5. Caso de estudio	33
5.1. Descripción del caso de estudio	33
5.2. Evaluando la decisión actual de la compañía	36
6. Experimentación computacional	38
6.1. Ambiente Computacional	38
6.2. Instancias utilizadas	38
6.2.1. Instancia para el caso de estudio	39
6.2.2. Instancias perfectamente balanceadas	39

6.2.3. Instancias no balanceadas	41
6.3. Resultados obtenidos y análisis	42
6.3.1. Resultados Caso de Estudio	42
6.3.2. Resultados Instancias Perfectas	46
6.3.3. Resultados Instancias Pseudo-aleatorias	46
7. Conclusiones y trabajo futuro	48
7.1. Conclusiones	48
7.2. Trabajo futuro	49
Bibliografía	58

Capítulo 1

Introducción

Una cadena de suministros puede verse como una red de organizaciones dependientes que en conjunto controlan, manejan y mejoran el flujo de los productos desde los proveedores hasta los usuarios incluyendo todas las partes intermediarias involucradas en este proceso. Dichos involucrados que constituyen a la cadena de suministros son: proveedores, centros de producción, almacenes, centros de distribución y clientes.

Algunos de los objetivos de estudiar una cadena de suministros suelen ser: para proveer un servicio adecuado al consumidor final, para llevar a cabo la entrega en forma oportuna (tiempo, lugar y calidad), para implementar acciones de mejora en las relaciones entre proveedores y clientes. Además, es responsable de conectar la necesidad del cliente con la operación interna de la compañía, se encarga de custodiar insumos y el producto terminado para hacerlo llegar a los clientes, entre otras cuestiones.

Entonces, uno de sus componente más importantes es la parte de distribución. Esto se debe a que la competitividad entre ellas se ve afectada significativamente por el proceso de distribución. La mayor parte de los problemas de distribución consisten básicamente en asignar una ruta a cada vehículo de una flota para repartir o recoger mercancías, lo que constituye un conjunto de problemas habituales que no se resuelven de manera óptima y afectan de manera significativa a la empresa. Es por esto, que la optimización de dicho proceso es de mucha importancia para tener una eficiente cadena de suministros

Como se acaba de mencionar, una de las partes más importantes de una cadena suministro es la de distribución de los bienes o productos. Como en ésta etapa se lleva a cabo el traslado del producto de los centros de distribución (CEDIS) a los clientes, se requiere de una buena planeación estratégica para llevarlo a cabo de manera eficiente. Es decir, se debe encontrar alguna manera en que tanto la empresa como el cliente se beneficien. En particular, la creación de territorios de venta o distritos forma parte de éste proceso. En esta etapa se seleccionan los clientes que serán agrupados en subconjuntos; en otras

palabras, puede verse como la repartición de clientes que serán visitados por cada repartidor. Posteriormente, cada repartidor deberá realizar el ruteo considerando únicamente los clientes dentro de su distrito. A continuación, se presenta la descripción del problema propuesto en esta tesis.

1.1. Descripción del Problema

Nuestro problema de interés puede verse como sigue: cuando una empresa realiza la creación de sus territorios de venta toma en cuenta (la mayoría de las veces) como atributo principal las distancias entre los clientes dentro del mismo territorio. Con esto se evita que se incurra en gastos extras por traslados entre clientes lejanos. Después de la asignación de clientes a los distritos, cada uno de los repartidores (hay un repartidor asociado a cada distrito) conocen a los clientes que van a surtir. Para el repartidor, lo primordial es el servicio al cliente. Es decir, su objetivo es disminuir los tiempos de espera de los clientes en cada ruta. Por otro lado, hay que tomar en cuenta que la empresa es quien tiene que cuidar el presupuesto asignado para la repartición en cada territorio. Es por esto, las decisiones que tome el repartidor afectarán esa restricción de presupuesto de la empresa. Este problema encaja perfectamente dentro del área de programación binivel debido a la notoria jerarquía que existe en el proceso de toma de decisiones. En el capítulo 2 se explicará más a detalle.

1.2. Motivación

El modelo binivel propuesto en esta tesis es motivado por una situación real en una empresa de la Ciudad de San Nicolás de los Garza, Nuevo León. Por consiguiente, no ha sido abordado antes en la literatura, lo cual vuelve novedoso este trabajo. Se han encontrado en la literatura diversas aplicaciones para la creación de distritos, entre ellas la creación de territorios de venta, formación de distritos electorales, entre otros. Sin embargo, estos modelos han sido planteados como modelos matemáticos lineales, enteros o mixtos enteros de un solo nivel, multi objetivos o por etapas.

Por otro lado, el modelo propuesto integra dos procesos de decisión mediante una jerarquía existente. Dentro de dichos procesos de decisión, la función objetivo del nivel superior modela la compacidad de una forma diferente a las propuestas en trabajos anteriores. En específico, se propone una función no lineal para modelar dicha compacidad. Debido a la frecuencia con la que se debe tomar esta decisión en un proceso de planeación, el método propuesto es conveniente y puede ser utilizado en la realidad para resolver ins-

tancias de tamaño real de la empresa en cuestión.

1.3. Objetivo

Los objetivos principales de esta tesis pueden clasificarse de dos maneras. El primer objetivo consiste en proponer un modelo matemático que permita encontrar una mejora en la configuración de los territorios de venta creados por la empresa y las rutas realizadas por los repartidores para un caso de estudio. Para conseguir esto, se diseña e implementa algoritmo heurístico.

Además, el otro objetivo es revisar la robustez del algoritmo propuesto mediante la experimentación computacional en instancias generadas pseudo-aleatoriamente. Con esto, se busca mostrar que el método propuesto es capaz de resolver una amplia gama de casos de estudio reales. Para lograr esto último, se probó con un conjunto de instancias perfectas que nos permitía comparar los resultados creados por nuestro heurístico y los resultados óptimos de estas instancias (conocidos a priori debido a la forma de construcción).

1.4. Metodología

La metodología que se realizó durante esta investigación fue la siguiente:

1. Revisión de literatura sobre problemas binivel.
2. Revisión de literatura sobre trabajos relacionados con el tema de distritos y latencia.
3. Análisis y planteamiento de la situación a estudiar.
4. Modelación del problema bi-nivel.
5. Análisis de métodos para resolver el problema propuesto.
6. Creación de método constructivo para generar una solución inicial para el nivel superior.
7. Programación del código para resolver el modelo bi-nivel.
8. Recopilación de datos para el caso de estudio.

9. Durante una estancia de investigación en la Universidad de los Andes, Santiago de Chile se llevó a cabo la generación de instancias simétricas balanceadas y aleatorias, además se terminó la generación del caso de estudio y se expusieron avances del trabajo en el CLAIO 2016.
10. Escritura de primeros capítulos de la tesis.
11. Obtención de resultados e interpretación de ellos para la instancia del caso de estudio.
12. Validación de los resultados de las demás instancias propuestas e identificación del trabajo futuro.
13. Finalización de tesis.

1.5. Estructura de la Tesis

Para finalizar este primer capítulo, se describe la forma en que está estructurado este documento.

En el Capítulo 1 se dió una breve introducción y descripción sobre el problema estudiado, también se presentó la motivación para llevar a cabo esta investigación, el objetivo principal y la metodología seguida.

En el Capítulo 2 se presenta la revisión de literatura de algunos trabajos dedicados a los problemas de distritos, para ver los diversos enfoques que se le ha dado a este tipo de problemas. Es por esto, que se presenta una descripción de las características principales de dichos problemas. Luego, se presenta una revisión literaria de los problemas de latencia. Recuerde que el problema del nivel inferior de nuestro modelo propuesto es un problema de ese tipo. Por último, se presenta la estructura general de los modelos de programación binivel y se mencionan algunas de sus interesantes aplicaciones.

Después, el Capítulo 3 muestra el planteamiento del problema, así como el modelo matemático que se propone para resolver el problema. Se definen formalmente cada una de las variables, restricciones y parámetros involucrados en dicho modelo. Se concluye el capítulo discutiendo algunas características importantes del modelo.

En el Capítulo 4 se detalla el algoritmo propuesto para resolver el problema planteado en el capítulo anterior. Se hace una breve revisión de literatura de métodos heurísticos similares al nuestro y se describe el algoritmo propuesto a detalle. Para esto, se incluyen

pseudo-códigos que ilustran los componentes esenciales del algoritmo.

Luego, en el Capítulo 5 se presenta la información referente al caso de estudio para la compañía encargada de la distribución de cierto producto en la Ciudad de Monterrey. Luego, se muestra la solución correspondiente a la situación actual de la empresa. Es decir, con los datos obtenidos para el caso de estudio (ubicaciones, distancias entre clientes, tiempos de traslado, tiempos de servicio, costos de ruteo, entre otros) se valúan las funciones objetivo de nuestro problema; tanto para el líder como para el seguidor. Esto nos da un punto de comparación para utilizarlo en el Capítulo 6 y poder hacer aseveraciones acerca de los aportes de nuestro enfoque.

El Capítulo 6 presenta todo lo referente a la experimentación computacional. Esto es, se describe el ambiente computacional, se presenta la forma en que se van a resolver las instancias. Además, se muestran las características de las instancias de prueba y se muestran los resultados.

Después, en el Capítulo 7 se encuentran las conclusiones del trabajo, y se presenta una discusión y recomendaciones sobre los resultados que se obtuvieron para el caso de estudio y las instancias de prueba. También se enlistan algunas posibles direcciones para trabajo futuro.

Finalmente, la tesis concluye con una sección de *Anexos* donde se podrán encontrar las tablas con los datos de la instancia del caso de estudio, así como algunos resultados computacionales.

Capítulo 2

Revisión de literatura

Dado que existen estudios previos relacionados con problemas de diseño de territorios, en esta sección se hace una revisión de literatura sobre el uso de modelos matemáticos para resolver problemas de este tipo pero aplicados a situaciones reales. Además, debido a la complejidad de dichos modelos, también se presenta una descripción de las metodologías empleada.

La primera aplicación de diseño de territorios fue propuesta por Hess et al. [1], donde se modeló un problema de creación de distritos políticos, en el cual el objetivo principal era minimizar las distancias de los individuos a los centros de los distritos políticos. Además, se introdujeron algunas definiciones de medidas de dispersión tomadas como referencia al momento de crear los distritos y se expuso la dificultad computacional del problema. Posteriormente, varios autores (vea Caro, et al. [2], Lemberga y Church [3], Müller, et al. [4], Ferland y Guenette [5]) han tomado como base este trabajo para realizar mejoras y/o modificaciones de este enfoque de diseño de territorios aplicándolo a diversos contextos, tales como redistribución de escuelas, creación de territorios de venta, creación de distritos policíacos, ubicación de ambulancias, servicios de asistencia domiciliaria, creación de distritos para transporte público, entre otros.

A pesar de que nuestro tema de interés es la creación de territorios de venta, la creación de otro tipo de territorios puede asemejarse a nuestro problema en el sentido abstracto. Es por esto, que en la siguiente sección se describe un problema general de creación de territorios orientados a nuestro contexto, y algunos de los aportes que se encuentran en la literatura.

2.1. El problema de creación de territorios de venta

El problema de creación de territorios de venta puede ser visto como el problema de agrupar pequeñas áreas geográficas llamadas unidades básicas en grandes agrupaciones

llamadas territorios de venta. Hess y Samuels [29] fueron los primeros en aplicar el modelo de agrupamiento de unidades para los territorios de venta. Su modelo propuesto fue el siguiente:

$$\text{mín} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (a_j d_{ij}^2) x_{ij}, \quad (2.1)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n a_j x_{ij} = \left(\sum_{j=1}^n a_j \right) / m \quad i = 1, 2, \dots, m, \quad (2.2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = 1 \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (2.3)$$

$$x_{ij} = \{0, 1\} \quad i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n, \quad (2.4)$$

Donde m es el número total de territorios a crear y n el número total de unidades básicas consideradas. Luego, x_{ij} es una variable binaria igual a 1 si la unidad básica j está asociada al territorio i ; 0 en el caso contrario. Se considera que a_j es un atributo de la unidad básica j , d_{ij} es la distancia euclidiana entre el centro de la unidad básica j y el centro del territorio i . Éste modelo fue creado para construir territorios de ventas compactos mientras que se balanceaba un solo atributo o "actividad de venta" entre los territorios. La función objetivo (2.1) puede considerarse como una de sus contribuciones, ya que al asociar las unidades básicas con mayor valor a_j a los territorios más cercanos se producían territorios compactos. La restricción (2.2) asegura que los territorios de ventas resultantes estuvieran balanceados. Las restricciones (2.3) y (2.4) garantizan que cada unidad básica esté asignada exactamente a un territorio de venta.

Para resolver el problema, se probó la relajación lineal del modelo entero. Sin embargo, este enfoque presentaba algunos defectos, debido a que al reemplazar la restricciones de las variables $x_{ij} = \{0, 1\}$ por unas del tipo $0 \leq x_{ij} \leq 1$, algunas soluciones encontradas eran fraccionales. Esto último implicaba que las unidades básicas debían ser fraccionadas para ser introducidas en varios territorios al mismo tiempo. Como es bien sabido, si se realizaba un redondeo de las variables fraccionarias, se podría alterar significativamente el balanceo con respecto a los atributos de la restricción (2.2).

Posteriormente Zoltners [31], introdujo otro modelo en el que se tomaban en cuen-

ta más de un atributo al momento de balancear los territorios. Mientras que Richardson [30] planteó un modelo similar para diseñar territorios de venta para la compañía Pfizer tomando en cuenta 5 diferentes medidas de ventas potenciales.

El artículo más reciente que se encontró referente al diseño de territorios de venta se presenta en Ríos Mercado [7] donde se aborda un modelo con tres atributos de los territorios al momento de balancear (el número de clientes, la demanda de los productos y la carga de trabajo). Además, el objetivo considerado proponía minimizar la máxima distancia de los clientes a los centros de los territorios. Otra de las contribuciones fue que se introdujo la restricción de jornada laboral al modelo matemático. Este se aplicó a un caso de estudio de una empresa de bebidas y se resolvió un conjunto de instancias de prueba mostrando la conveniencia de considerar el enfoque dado.

2.2. Métricas utilizadas para problemas de diseño de territorios

En esta tesis, vamos a llamar *métrica* a lo que se quiere optimizar como función objetivo del problema. Es decir, sin importar el contexto del problema en cuestión, algunas de las métricas de dispersión comúnmente utilizadas al momento de crear los territorios suelen ser la compacidad, la contigüidad y la conectividad. En los modelos que utilizan como objetivo la compacidad, se busca minimizar una distancia ponderada entre los clientes y los centros del territorio. Por lo general, se emplean las distancias euclidianas, ya que los gastos de viaje en un territorio son proporcionales a las distancias en línea recta, tal como lo hacen en Ríos-Mercado y Fernández [7]. Un ejemplo de la compacidad se muestra en la Figura 2.1.

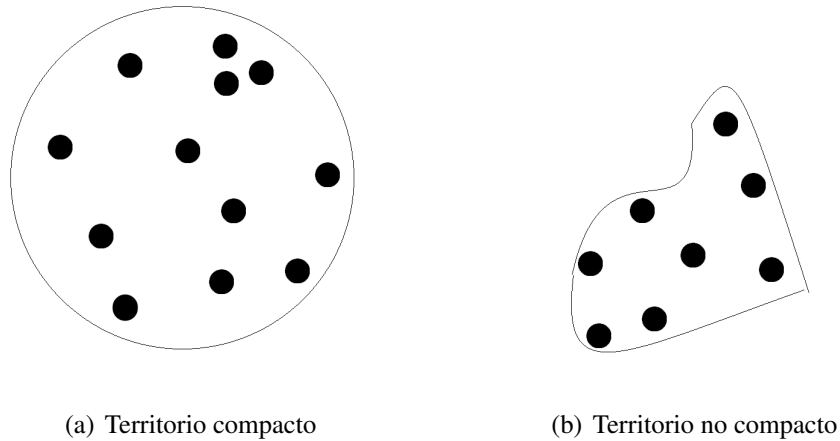


Figura 2.1: Definición de territorio compacto y no compacto

Por otro lado, cuando se busca optimizar la contigüidad, la intención es que los territorios estén cerca entre si (ver Figura 2.2). Por ejemplo en Ferland y Guenette [5] se utiliza esta función objetivo para la creación de distritos escolares ya que con ésto se facilita el uso de transportes escolares si los distritos están cercanos.

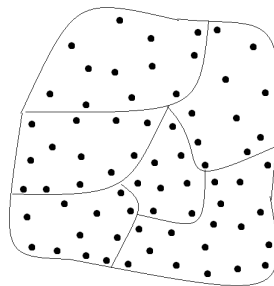


Figura 2.2: Distribución de territorios contigüos

Ahora bien, la conectividad de un conjunto S según Camacho-Collados et al. [8] busca garantizar que entre cualquier par de puntos (pertenecientes a S) haya un camino de puntos adyacentes (también pertenecientes a S) que los conecte. Esto es, que para cada viaje entre cualesquiera dos clientes pertenecientes a un territorio, no haya la necesidad de salir del perímetro destinado a ese territorio o tener que pasar por la ubicación de un cliente no perteneciente a dicho territorio (Ver ejemplo en Figura 2.3).

Otro objetivo utilizado pero que es diferente a la dispersión es la optimización del número de territorios que se van a crear. La motivación se basa en que existe una dependencia entre el tamaño de las ventas y el diseño del territorio. En Drexl y Haase [15] se proponen modelos que consideran un número variable de territorios. Por otro lado, algunas veces se toman en cuenta las unidades básicas para el diseño del territorio; mediante

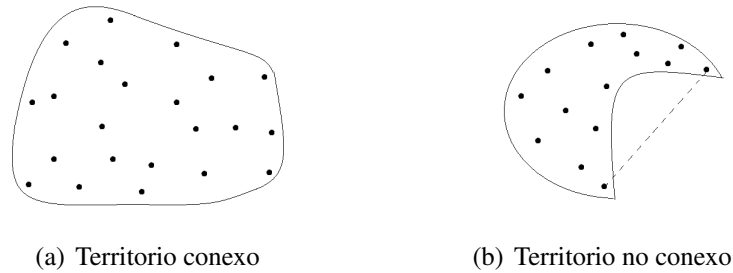


Figura 2.3: Ejemplo de conectividad en territorios.

este enfoque los clientes no son vistos como individuos sino que son agrupados en pequeñas áreas, para después asignarlas a los territorios. Además de los anteriores, otro objetivo que ha sido considerado es el balanceo respecto a la carga de trabajo promedio en el caso de territorio de ventas o el balanceo respecto al promedio de personas. Este objetivo ha sido utilizado en la creación de distritos electorales tal como se señala en Kalcics et al. [16]. En García-Ayala et al.[17], se introducen los distritos eulerianos, los cuales se definen como una partición de un grafo en subgrafos tomando como función objetivo minimizar la dispersión y como una de las restricciones que los nodos de los subgrafos correspondientes a cada distrito creado tengan grado par, para que con ésto los distritos creados sean lo más parecidos a un grafo euleriano.

Como puede observarse de lo descrito anteriormente, existen muchos objetivos que pueden ser tomados en cuenta para diseñar los distritos. Es por esto, que no es sorprendente encontrar trabajos que consideran dos o más objetivos simultáneamente. Por ejemplo, en Salazar-Aguilar et al. [6] se estudia un problema de distritos bi-objetivo el cual minimiza la dispersión de los clientes y la desviación máxima con respecto al número de clientes. En Tavares-Pereira et al. [13] se analiza un problema de distritos multi-objetivo aplicado al servicio público considerando la localización de zonas, las estructuras de movilidad con respecto a una zona, y las zonas correspondientes a estructuras administrativas. En Bowerman et al. [18] se presenta un problema multiobjetivo de distritación aplicado a transportes escolares, donde se toman en cuenta objetivos como la longitud total de la ruta, la distancia que los estudiantes caminan para llegar a la parada de autobús, balanceo de carga y el balanceo de longitud de ruta. Por otro lado, también se encuentran formulaciones multi-criterio como en Ricca y Simeone [19] donde se toma la conectividad, la equidad de población y la compacidad o en Camacho-Collados et al. [8] donde se presenta un problema multicriterio para la creación de distritos policíacos, tomando en cuenta áreas, riesgo, compacidad y ayuda mutua.

Es evidente que el hecho de considerar varios objetivos dentro del mismo modelo permite modelar más apropiadamente las situaciones reales. Es por esto que también se han

considerado dos objetivos dentro del mismo problema pero con una jerarquía entre ellos. Este tipo de situaciones se puede modelar mediante programación binivel. Es por esto que en Huang y Liu [20] se propone un modelo binivel que minimiza el costo total de la red de distribución pero considerando un equilibrio en la carga de trabajo de cada centro de distribución para la entrega de productos a sus clientes. En éste caso el líder toma la decisión de minimizar una suma de cuatro tipos de costo asociados con la distribución y el seguidor por su parte se encarga de equilibrar la carga de trabajo.

Es importante aclarar que en nuestro problema bajo estudio, utilizamos un objetivo que no ha sido considerado en este tipo de problemas. En particular, buscamos la minimización de la latencia en el objetivo del nivel inferior. Es por esto que en la siguiente sección se introduce brevemente la definición de latencia y se discuten algunas de sus aplicaciones.

2.3. Latencia aplicada a problemas de ruteo

El problema de minimización de latencia inicialmente fue propuesto para problemas de redes de telecomunicaciones en los que se necesita disminuir los tiempos de retardo de información en los servidores. Sin embargo, también se pueden encontrar trabajos en donde se usa la latencia para problemas de ruteo; por ejemplo, Angel-Bello et al. [21] y Sabo et al. [32]. En Sabo et al. [32] se estudia un problema de ruteo de vehículos y se formula como un problema de programación lineal. El objetivo era minimizar la latencia, pero en términos de los tiempos de entregas. Similarmente, en Angel-Bello et al. [21] se analiza un problema donde la finalidad es minimizar la suma de los tiempos de espera de los clientes. Dentro del modelo consideraron el uso de múltiples vehículos repartidores con sus respectivos tiempos de servicio para cada uno de los clientes. Este problema es de relevancia para los casos de distribución de ayuda o en casos en los que el producto que se reparte es perecedero. Además, ellos consideraron restricciones de capacidad para los vehículos y permitían múltiples viajes al centro de distribución.

En la Figura 2.3 se muestra como se realiza el cálculo de latencia para un conjunto de 5 clientes. Por ejemplo, para el caso del primer cliente, el cálculo de su latencia es el tiempo de ir del CEDIS a él mismo; para el segundo cliente, la latencia es dada por la suma de dos veces la distancia de ir del CEDIS al primer cliente más la distancia de ir del primer cliente al segundo; y así sucesivamente para las demás posiciones en la ruta. En este caso se crea una función recursiva que depende de los tiempos de visita a los clientes anteriores. Dado que la latencia está enfocada en los tiempos de espera de los clientes, el regreso del último cliente al CEDIS no es tomado en cuenta al momento de calcularla.

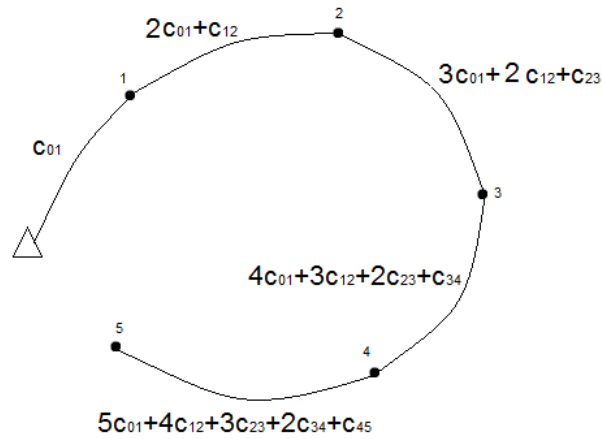


Figura 2.4: Latencia

Para ver la diferencia entre un problema de minimización de latencia y un problema clásico de ruteo (VRP) en donde se minimiza el costo, hay que observar con detenimiento la formulación de ambas funciones objetivo. Para el VRP, el objetivo es minimizar los costos de visitar a todos los clientes en una ruta; es decir, el costo de ir de un cliente a otro se suma solo una vez en la función objetivo. Además, debe considerarse el costo de regreso al centro de distribución al finalizar la ruta. Bajo este enfoque, la orientación de la ruta no tiene mucha relevancia ya que el costo de visitar a los clientes sería el mismo si se intercambia el orden de la ruta, es decir, si se comienza por el último cliente y se termina en el primero. En los problemas de latencia, el orden en que se visitan los clientes afecta claramente la función objetivo. Es fácil ver que la recursión considerada impacta en el cálculo de la latencia.

Basados en la revisión de literatura que hicimos y considerando la situación real de la empresa, el objetivo principal de nuestro modelo es minimizar la dispersión de los clientes en cada territorio pero considerando la minimización de la latencia en el ruteo. Es decir, al repartidor se le asignan los clientes que debe cubrir y él quiere tener al cliente satisfecho, por eso se decidió acoplar la latencia en el modelo. En este caso tomamos en cuenta que en caso de ser necesario, un repartidor puede hacer múltiples regresos al centro de distribución para resurtir el producto, verificando que la carga total entre regresos no exceda la capacidad del vehículo. En el modelo propuesto en este trabajo, a pesar de tener dos objetivos las decisiones se realizan respetando una jerarquía preestablecida. El problema propuesto es modelado como un problema de programación binivel, por lo que en la siguiente sección se introduce el modelo matemático de un problema binivel de manera general y se describe su estructura. Además, se mencionan algunas contribuciones relacionadas a nuestro trabajo.

2.4. Programación Binivel

Un Problema de Programación Binivel (PPB) es un problema en el que una de sus restricciones está representada por otro problema de optimización. Es decir, se tienen dos problemas interrelacionados entre sí, uno en el nivel superior (asociado a un líder) y uno en el nivel inferior (asociado a un seguidor). Esquemáticamente puede verse como que en cada nivel se debe tomar una decisión que afectará al otro creando una relación jerárquica entre líder y seguidor. Es importante notar que este tipo de problemas son diferentes a los bi-objetivo debido a la jerarquía preestablecida y a que un subconjunto de las variables de decisión están implícitamente determinadas por la solución óptima de otro problema.

El modelo matemático para formular un PPB fue introducido por primera vez en Bracken y Mc Gill [22], en donde abordaron un problema de asignación de recursos y armamento para optimizar la ofensiva y defensiva militar. La formulación general de un PPB propuesta en [22] es la siguiente:

$$\min_{x \in X} F(x, y) \quad (2.5)$$

$$\text{s.a. } G(x, y) \leq 0 \quad (2.6)$$

$$\min_{y \in Y} f(x, y) \quad (2.7)$$

$$\text{s.a. } g(x, y) \leq 0 \quad (2.8)$$

$$x, y \geq 0 \quad (2.9)$$

donde el líder trata de minimizar $F(x, y)$, seleccionando una $x \in X$ y considerando la respuesta óptima $y^*(x)$ del seguidor. La cual se obtiene al minimizar $f(x, y)$ en el problema del nivel inferior. En cada nivel del problema se deberán tomar en cuenta las restricciones $G(x, y) \leq 0$ y $g(x, y) \leq 0$, respectivamente.

Este tipo de problemas son complejos de resolver. Para evidenciar esto, es suficiente con observar un PPB lineal, el cual es la versión más simple de este tipo de problemas. Para este tipo de problemas, Jeroslow [23] mostró que se clasifican como NP-Hard, tiempo después Hansen et al. [24] demostró que es fuertemente NP-Hard.

A pesar de la inherente complejidad de los PBB, su estructura particular facilitan la formulación de un gran número de problemas prácticos que involucran un proceso de decisión jerárquico. Revisiones de literatura muy completas se pueden encontrar en Kalashnikov et al. [25], Vicent y Calamai [26], Colson et al. [27] y Wen y Hsu [28]. En dichos trabajos se muestran propiedades de los PBB, formas de resolverlos y algunas aplicaciones tales como los modelos de migración, planeación, asignación, protección de información,

transporte, diseño de ingeniería, logística humanitaria, fijación de cuotas, entre otros.

En particular, el problema considerado en esta tesis es modelado como un problema de programación binivel no lineal con múltiples seguidores independientes y restricciones de acoplamiento. Debido a la naturaleza jerárquica del proceso de toma de decisiones, la empresa (de aquí en adelante será referida como el líder) será la encargada de asignar clientes a territorios. Tomando en cuenta esa asignación, los repartidores (de aquí en adelante serán referidos como los seguidores) deben llevar a cabo el ruteo minimizando la latencia de los clientes. Después, la decisión de cada repartidor deberá ser revisada por la empresa ya que si algún repartidor realiza una ruta cuyo costo rebase el presupuesto fijado, la configuración de clientes y territorios debe desecharse al ser una solución infactible (en términos estrictos de los PBB). Es conveniente mencionar que este problema puede verse como un problema binivel con múltiples seguidores independientes ya que cada repartidor tiene un listado único con clientes que solo él deberá atender y por lo tanto, su ruta no interfiere con el ruteo de otro repartidor.

Capítulo 3

Problema de creación de territorios de venta con latencia de los clientes

En este capítulo se va a explicar a detalle la problemática bajo estudio, luego se presenta el modelo matemático propuesto para modelar dicha situación y por último, se describen algunas características especiales del modelo de programación binivel resultante, las cuales serán explotadas por el algoritmo descrito en el Capítulo 4.

3.1. Planteamiento del problema

Considere un conjunto de clientes para repartir en territorios de venta. En el nivel superior, el líder intenta minimizar la dispersión de los clientes utilizando como función objetivo las distancias entre los clientes que corresponden a cada territorio (Figura 3.1 (a)). Para esto, se debe garantizar la creación exacta de los territorios que la empresa requiere. Obviamente, no puede haber territorios vacíos, ya que para la empresa esto se traduciría en un repartidor inactivo (por consecuencia, un vehículo sin utilizar). Además, se tiene un tiempo máximo para cada jornada laboral y se realiza un balanceo (considerando un parámetro de tolerancia) respecto al promedio de demanda total de los clientes.

Una vez que el líder ha creado los territorios de venta, cada uno de los repartidores (seguidores) se encargan de diseñar la ruta para atender a sus clientes tratando de minimizar la latencia de su territorio (Figura 3.1 (b)). Dicha latencia es calculada como la suma de los tiempos de servicio más los tiempos de traslado entre clientes. Es importante notar que se permiten los regresos al centro de distribución ya que los repartidores pueden quedarse sin productos suficientes para surtir a todos los clientes del territorio. Para lidiar con esto último, se definirán esos regresos al centro de distribución como clientes ficticios, los cuales tendrán demanda y tiempo de carga igual cero. Además, debido a que la latencia está enfocada en la satisfacción de los clientes, el último regreso al centro de distribución

no es tomado en cuenta ya que ésto no causa ningún tipo de contribución en los tiempos de espera de los demás clientes en la ruta.

Una vez que cada uno de los seguidores ha establecido el orden en que se visitarán los clientes asociados a su territorio, el costo de dichas rutas serán evaluadas por el líder para verificar que no sobrepasen un presupuesto preestablecido. Es importante notar que, si esta evaluación del presupuesto en lugar de que sea verificada por el líder, estuviera explícitamente como una restricción en el problema del nivel inferior no se mantendría el conflicto entre ambos niveles de decisión. Es decir, la compañía actualmente no impone las rutas a los repartidores; más aún, los repartidores no se preocupan por tener rutas de bajo costo o bien, dentro de un límite de presupuesto. Y como ya se mencionó anteriormente, la mejor ruta por latencia puede no coincidir con la ruta más barata. Un ejemplo de este tipo de esquemas donde se encuentran soluciones del nivel inferior que deben de verificarse en el nivel superior ha sido estudiado en Caramia y Mari [33].

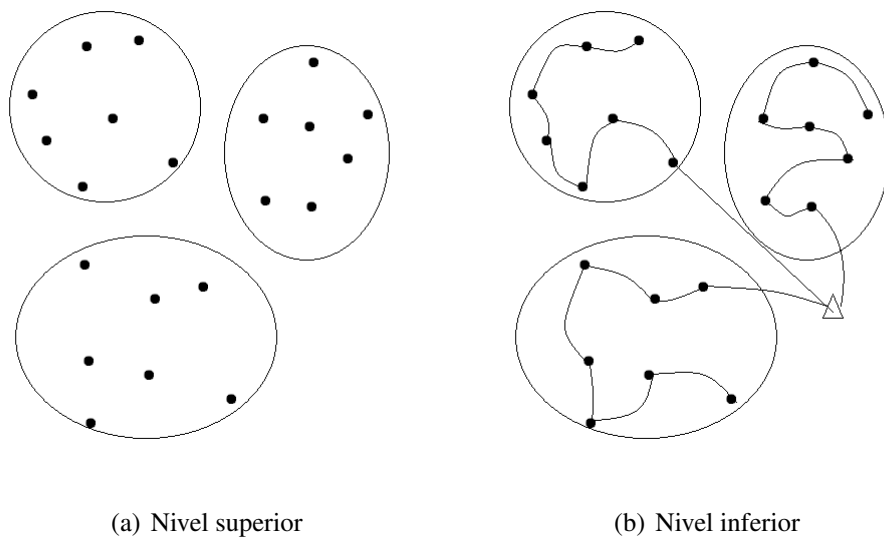


Figura 3.1: Jerarquía de decisiones en el problema

3.2. Modelación Matemática

En esta sección, se presenta la formulación matemática del problema aquí estudiado. Como ya se mencionó anteriormente, este problema es modelado como un programa bini-vel no lineal con múltiples seguidores independientes. A continuación se describen todos los componentes involucrados en el modelo; es decir, los conjuntos, parámetros, parámetros y variables auxiliares y las variables de decisión.

CONJUNTOS

$R = \{1, 2, 3 \dots r\}$, conjunto de clientes

$D = \{1, 2, 3 \dots p\}$, conjunto de territorios

$V = \{1, 2, 3 \dots v\}$, conjunto de vehículos disponibles

$R^{(i)} = \{j \in R : x_{ij} = 1\}$ para cada $i \in D$, conjunto de clientes asociados al territorio i

PARÁMETROS

r , número de clientes

p , número de territorios

m , cota superior para el máximo número de viajes al centro de distribución en cada territorio

τ , tolerancia permitida con respecto a la variación en la carga de trabajo de cada territorio

S , tiempo máximo de la jornada laboral (el mismo para todos los territorios)

s_j , tiempo de servicio del cliente j

w_{jh} , el tiempo de traslado del cliente j al h

$t_{jh} = s_j + w_{jh}$, suma del tiempo de servicio en el cliente j y el tiempo de traslado del cliente j al h

d_{jh} , distancia euclideana entre los clientes j y h

b_j , demanda del cliente j

Q , capacidad del vehículo (flota homogénea)

PARÁMETROS Y VARIABLES AUXILIARES

$|R^{(i)}|$, cantidad de clientes en el territorio i

$n = |R^{(i)}| + m - 1$, donde $m - 1$ son las copias del centro de distribución

$o_k^{(i)}$, variable auxiliar para la demanda acumulada hasta la posición k para el territorio i

VARIABLES DE DECISIÓN

Para el líder:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{si el cliente } j \in R \text{ está asociado al territorio } i \in D \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Para cada seguidor ($i \in D$):

$$y_{jk}^{(i)} = \begin{cases} 1, & \text{si el cliente } j \in R \text{ es el } k\text{-ésimo en visitarse en el territorio } i \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

$$z_{jhk}^{(i)} = \begin{cases} 1, & \text{si el cliente } j \in R \text{ está en la posición } k \text{ y el cliente } h \in R \text{ es el sucesor} \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases}$$

Por lo tanto, la formulación matemática basada en los modelos propuestos en Ríos Mercado et al. [7] y Angel-Bello et al. [21], pero que los integra de manera adecuada para modelar nuestra situación de interés, queda de la siguiente manera:

$$\min_{x,y,z} \sum_{i=1}^p \sum_{j=1}^r \sum_{h=1, h>j}^h d_{jh} x_{ij} x_{ih}, \quad (3.1)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^r x_{ij} \geq 1, \quad (i = 1, 2, \dots, p) \quad (3.2)$$

$$\sum_{i=1}^p x_{ij} = 1, \quad (j = 1, 2, \dots, r) \quad (3.3)$$

$$\sum_{j=1}^r b_j x_{ij} \geq (1 - \tau) \left(\frac{\sum_{j=1}^r b_j}{p} \right), \quad (i = 1, 2, \dots, p) \quad (3.4)$$

$$\sum_{j=1}^r b_j x_{ij} \leq (1 + \tau) \left(\frac{\sum_{j=1}^r b_j}{p} \right), \quad (i = 1, 2, \dots, p) \quad (3.5)$$

$$\sum_{j=1}^{n+1} c_{0j} y_{j1}^{(i)} + \sum_{j=1}^n \sum_{h=1}^n c_{jh} \sum_{k=1}^n z_{jhk}^{(i)} + \sum_{j=1}^{n+1} c_{j0} y_{j,(n+1)}^{(i)} \leq \beta^{(i)}, \quad (i = 1, 2, \dots, p) \quad (3.6)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad (i = 1, 2, \dots, p; j = 1, 2, \dots, r) \quad (3.7)$$

donde para cada territorio $i \in D$, $y_{jk}^{(i)}$ y $z_{jhk}^{(i)}$ resuelven el siguiente problema:

$$\min_{y^{(i)}, z^{(i)}} n \sum_{j=1}^n t_{0j} y_{j1}^{(i)} + \sum_{j=1}^n \sum_{h=1, h \neq j}^n t_{jh} \sum_{k=1}^{n-1} (n-k) z_{jhk}^{(i)} \quad (3.8)$$

sujeto a:

$$\sum_{k=1}^n y_{jk}^{(i)} = 1, \quad (j = 1, 2, \dots, n) \quad (3.9)$$

$$\sum_{j=1}^n y_{jk}^{(i)} = 1, \quad (k = 1, 2, \dots, n) \quad (3.10)$$

$$\sum_{h=1, h \neq j}^n z_{jhk}^{(i)} = y_{jk}^{(i)}, \quad (j = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, n-1) \quad (3.11)$$

$$\sum_{h=1, h \neq j}^n z_{hjk}^{(i)} = y_{j(k+1)}^{(i)}, \quad (j = 1, 2, \dots, n; k = 1, 2, \dots, n-1) \quad (3.12)$$

$$\sum_{j=1}^n t_{0j} y_{j1}^{(i)} + \sum_{j=1}^n \sum_{h=1, h \neq j}^n t_{jh} \sum_{k=1}^{n-1} z_{jhk}^{(i)} + \sum_{j=1}^n t_{j0} y_{jn}^{(i)} \leq S \quad (3.13)$$

$$o_1^i = \sum_{j=1}^{|R^{(i)}|} b_j y_{j1}^{(i)} \quad (3.14)$$

$$o_{k+1}^{(i)} \geq o_k^{(i)} + \sum_{j=1}^{|R^{(i)}|} b_j y_{j(k+1)}^{(i)} + Q \left(\sum_{j=1}^{|R^{(i)}|} y_{j(k+1)}^{(i)} - 1 \right), \quad (k = 1, 2, \dots, n-1) \quad (3.15)$$

$$o_{k+1}^{(i)} \leq Q \sum_{j=1}^{|R^{(i)}|} y_{j(k+1)}^{(i)}, \quad (k = 1, 2, \dots, n-1) \quad (3.16)$$

$$o_k^{(i)} \geq 0 \quad (3.17)$$

$$y_{jk}^{(i)} \in \{0, 1\} \quad (j, k = 1, 2, \dots, n) \quad (3.18)$$

$$z_{jhk}^{(i)} \in \{0, 1\} \quad (j, h = 1, 2, \dots, n; h \neq j; k = 1, 2, \dots, n-1) \quad (3.19)$$

El problema binivel está definido por (3.1) a (3.19). En particular, el problema del líder está definido por las restricciones (3.1) a (3.7) y el del seguidor de (3.8) a (3.19). En la ecuación (3.1) se muestra la función objetivo del nivel superior, en donde se busca minimizar la suma total de las distancias entre los clientes que pertenecen a cada distrito. Las restricciones (3.2) y (3.3) garantizan que cada territorio tenga por lo menos un cliente y que cada cliente esté asociado a un territorio, respectivamente. Luego, (3.4) y (3.5) representan el balanceo en un territorio con respecto a la demanda promedio, garantizando que la demanda total de cada territorio esté dentro de un rango aceptable (determinado por el parámetro de tolerancia τ). En (3.6), se verifica que el costo de cada una de las rutas creadas por un seguidor cumpla con el presupuesto dado. Por último, (3.7) indica la condición de binariedad para las variables del líder.

Por otro lado, la función objetivo para cada uno de los seguidores donde se quiere minimizar la latencia de las rutas creadas en cada territorio se muestra en (3.8). En (3.9) se garantiza que cada cliente ocupe solo una posición en la ruta asociada al territorio al que pertenece; mientras que la restricción (3.10) garantiza que cada posición esté ocupada

por un solo cliente. La restricción (3.11) asegura que de la posición k solo salga un arco asociado al cliente que está en esa posición y (3.12) verifica que a la posición $k + 1$ solo pueda llegar un arco. La restricción (3.13) garantiza que no se exceda el tiempo límite S de una jornada de trabajo. Mientras que en (3.14), (3.15) y (3.16) se calcula la demanda acumulada y se garantiza que la suma de las demandas de los clientes entre dos copias de el centro de distribución sea menor o igual a Q . Estas restricciones ayudan a hacer reiniciar la demanda acumulada en el vehículo en caso de haber visitado el centro de distribución.

Como se señala en Angel-Bello et al. [21], cuando m es sobreestimada, la solución puede incluir rutas vacías, que estarán representadas por las posiciones consecutivas asociadas a las copias del centro de distribución. Sin embargo, debido a que la función objetivo de los seguidores consiste en minimizar la suma de los tiempos de entrega en cada territorio, éstas copias del centro de distribución no utilizadas estarán siempre ordenadas al principio de la ruta.

Además, como puede notarse en la función objetivo del líder (3.1), se asume la versión optimista del problema binivel. Es decir, en caso de haber múltiples soluciones óptimas en un distrito específico, se va a considerar la que más le convenga al líder en términos de factibilidad de la restricción (3.6) y de su propia función objetivo.

3.3. Características del modelo matemático

A continuación, se va a presentar un análisis sobre las peculiaridades que tiene el modelo propuesto para que después sean aprovechadas en la metodología de solución. Empecemos por notar que para una solución del líder, el nivel inferior puede ser resuelto para cada distrito, ya que los distritos se forman en base a la decisión del líder. Luego, observe que las variables del seguidor no están incluidas en la función objetivo del líder. Sin embargo, dichas variables intervienen en la restricción (3.6), la cual pertenece al líder. Para ilustrar esto, veamos el siguiente problema binivel con estructura especial basado en el modelo general descrito en la Sección 2.4.

$$\min_{x \in X} F(x) \tag{3.20}$$

$$\text{s.a.} \quad G(x, y) \leq 0 \tag{3.21}$$

donde para cada distrito

$$\min_{y \in Y} f(y) \tag{3.22}$$

$$\text{s.a.} \quad g(x, y) \leq 0 \tag{3.23}$$

Desde un punto de vista algorítmico, para evaluar la calidad de una solución (x, y) del problema binivel, se debe fijar un valor de x y resolver el problema del nivel inferior parametrizado en x . Con esto último, se obtiene la solución del seguidor y y ahora si se puede evaluar la función objetivo del líder $F(x, y)$. Sin embargo, dada la estructura especial de nuestro problema, no es necesario resolver el nivel inferior parametrizado en una solución del líder x para medir su calidad, ya que no depende de y ; es decir, podemos evaluar $F(x)$. Por otro lado, la forma en que afecta la solución del nivel inferior y al nivel superior es en la restricción de acoplamiento (de presupuesto) dada por $G(x, y) \leq 0$.

Es importante notar que si para una solución (x, y) se viola la restricción de cumplimiento, entonces dicha solución del líder x deberá ser descartada por ser infactible, sin importar que tan buena era su calidad en $F(x)$.

Tomando en cuenta esto último, el algoritmo propuesto en el siguiente capítulo intenta explotar estas particularidades del problema propuesto para eficientizar su desempeño. En otras palabras, se va a intensificar una solución x sin necesidad de resolver el nivel inferior y después, se evaluará su factibilidad con la solución obtenida después de optimizar el nivel inferior. Con esto, esperamos que el esfuerzo computacional sea disminuido significativamente para obtener soluciones de buena calidad.

Capítulo 4

Algoritmo heurístico propuesto

Debido a que el modelo de programación binivel descrito en el capítulo anterior no puede ser resuelto por un optimizador comercial, es necesario buscar otras técnicas para resolverlo. Dichas técnicas pueden ser métodos exactos o heurísticos. Debido a la complejidad que tiene el problema aquí estudiado, se decidió proponer un algoritmo heurístico. Es por esto que en este capítulo se muestra la descripción detallada del algoritmo propuesto para resolver el modelo de programación binivel.

El algoritmo puede verse como un heurístico poblacional ya que genera un conjunto de soluciones. Además, este algoritmo heurístico consta de cinco fases: (i) construcción inicial, (ii) reparación (en caso de infactibilidad), (iii) búsqueda local, (iv) resolución del nivel inferior, y (v) verificación de la factibilidad binivel. Es decir, primero construye un conjunto de soluciones parciales iniciales (Set) que serán balanceadas en cuanto a carga de trabajo (soluciones factibles para el líder x). Después de completar el conjunto inicial, se procede a mejorar a las soluciones $x \in Set$ mediante búsquedas locales predefinidas. Luego, se selecciona un conjunto $Elite \subseteq Set$ de tamaño predeterminado, $|Elite| \leq |Set|$. Para cada solución mejorada del líder $\bar{x} \in Elite$, se va a resolver a optimalidad el nivel inferior, obteniendo $y^*(\bar{x})$. Por último, se debe verificar que la restricción de presupuesto $Budget(\bar{x}, y^*(\bar{x})) \leq \beta$ se cumpla; este paso nos garantiza factibilidad binivel de la solución completa. En caso de no hacerlo, la solución $(\bar{x}, y^*(\bar{x}))$ deberá desecharse al ser infactible. Aunque es más importante señalar que lo que debemos desechar en nuestro algoritmo es la solución parcial \bar{x}

Como se puede observar, el algoritmo va a trabajar principalmente con soluciones parciales al problema binivel. Es decir, va a construir y mejorar soluciones del líder, para después completarlas con la respectiva solución apropiada del seguidor. En la figura 4.1 se ilustra un diagrama de flujo del algoritmo propuesto. A continuación se describen con detalle las fases involucradas en este algoritmo y se ilustran con sus respectivos pseudo-códigos.

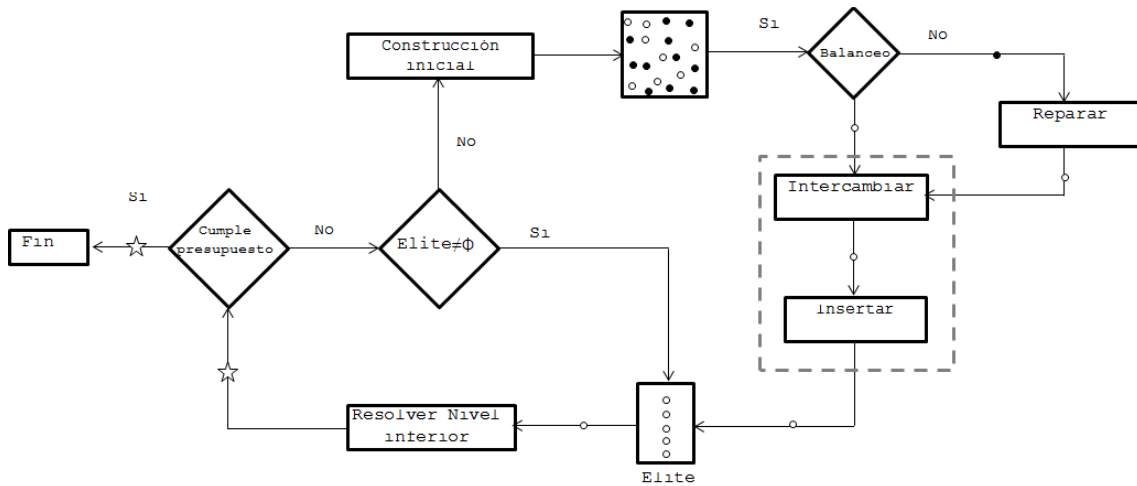


Figura 4.1: Diagrama de algoritmo

4.1. Construcción inicial

Para esta fase del algoritmo nos basamos en un método angular para la creación de distritos. Este método se basa en un conjunto de semillas iniciales a partir de las cuales va a ir agregando clientes para completar los distritos. En este caso, las semillas se eligen de la siguiente manera: dado el número de clientes y el número de distritos a crear, se localizan los dos clientes más lejanos. Estos clientes determinarán el diámetro de una circunferencia que cubrirá a todos los clientes (ver Figura 4.2 (a)). Luego, se selecciona aleatoriamente como la primera semilla a uno de los dos clientes del extremo del diámetro. Posteriormente, se divide $360/n$ donde n es el número de distritos que se van a crear, y se ubican las $n - 1$ semillas restantes. Estas se colocan alrededor de la circunferencia con el mismo valor de ángulo para todas a partir de la primera semilla seleccionada (ver Figura 4.2 (b)). Una vez que se tienen las semillas, se procede a asignar en paralelo (un cliente por distrito a la vez) a los clientes más cercanos a cada una de ellas (ver Figura 4.2 (c)). El proceso continúa hasta que todos los clientes hayan sido asignados a algún distrito (ver Figura 4.2 (d)). De esta manera se crean los distritos deseados.

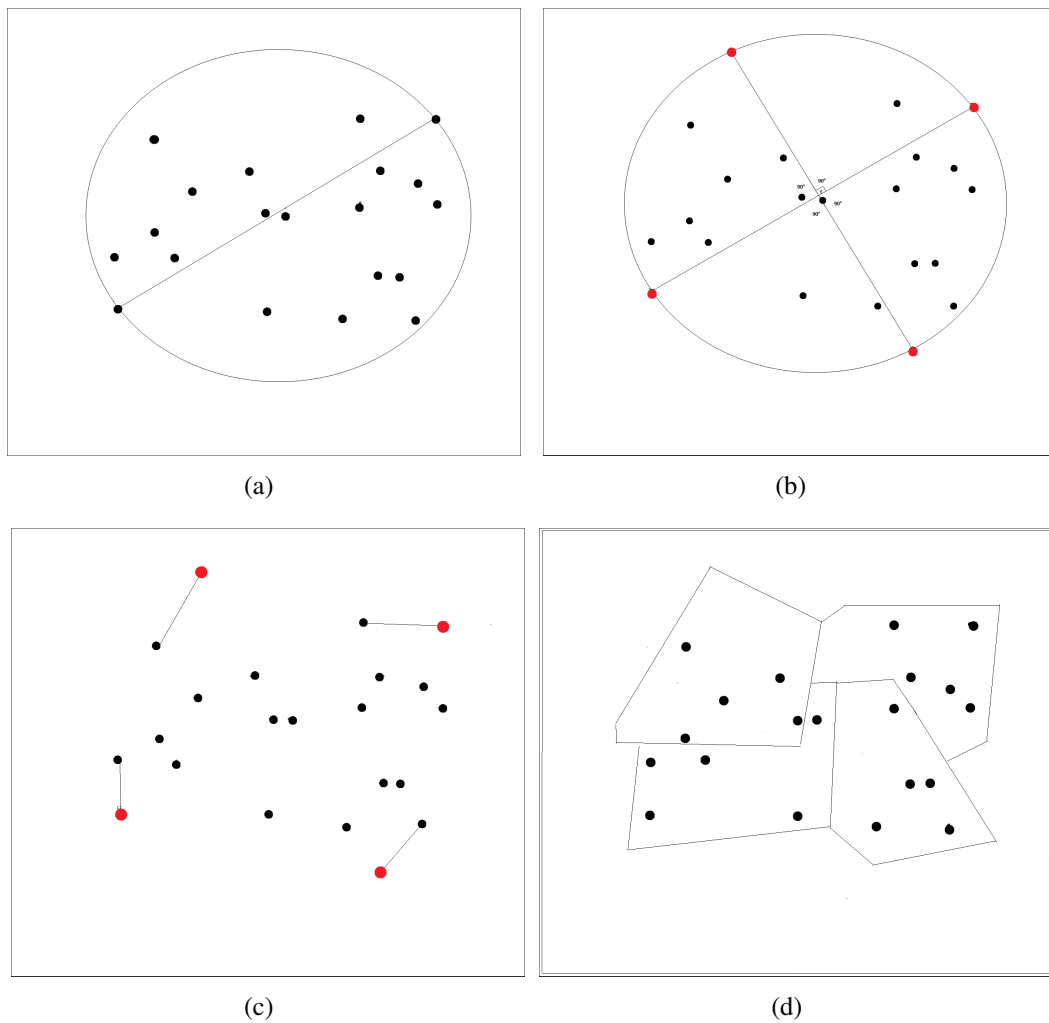


Figura 4.2: Ejemplo del método angular para 4 territorios

Es fácil ver que este método del ángulo divide a la circunferencia en n ángulos de igual tamaño, por lo cual siempre construirá la misma solución inicial. Para lidiar con esto y para diversificar el conjunto de soluciones creado, se propuso cambiar la forma en que se elige la primera semilla. En otras palabras, para elegir la primera semilla se elige una magnitud de ángulo aleatoria entre $[0, 360/n]$. El procedimiento para las restantes semillas es igual que el anterior descrito. A continuación se presenta el Pseudo-código 1 que detalla la fase constructiva.

Algorithm 1 Constructivo

Require: X, Y, r, p ;

```
1:  $customers \leftarrow \{1, 2, 3, \dots, r\}$ 
2:  $seed \leftarrow \emptyset$ 
3:  $Ref\_angle \leftarrow \emptyset$ 
4:  $distances \leftarrow \emptyset$ 
5:  $R^{(i)} \leftarrow \emptyset$ 
6: Compute euclidean distances among the customers  $distances$ 
7: Find the two customers with the maximum distance  $(x_1^*, y_1^*)$  and  $(x_2^*, y_2^*)$ 
8:  $radii = 1/2 \max(distances)$ 
9: Compute the middle point of the extreme points  $(x_m, y_m) \in \mathbb{R}^2$ 
10:  $ref\_point_x = x_1^* - x_m$ 
11:  $ref\_point_y = y_1^* - y_m$ 
12:  $angle = \tan^{-1}\left(\frac{ref\_point_y}{ref\_point_x}\right)$ 
13:  $angle+ = rand(0, angle)$ 
14:  $s = \frac{2 \times \pi}{p}$ 
15: for  $(i=1, 2, \dots, p)$  do
16:    $Ref\_angle[i] = angle + s * i$ 
17: end for
18: for  $(i=1, 2, \dots, p)$  do
19:    $seed[i] = (radii * \cos(ref\_angle[i]) + x_m, radii * \sin(ref\_angle[i]) + y_m)$ 
20: end for
21: while  $(customers \neq \emptyset)$  do
22:   for  $(i=1, 2, \dots, p)$  do
23:     for  $((j=1, 2, \dots, |customers|))$  do
24:       compute the euclidean distances among  $seed[i]$  and customer  $j$ 
25:     end for
26:      $j^* = argmin\{distances(customers[j], seed[i])\}$ 
27:      $R^{(i)} = R^{(i)} \cup \{j^*\}$ 
28:      $customers = customers \setminus \{customer[j^*]\}$ 
29:   end for
30: end while
31: for  $(i = 1, 2, \dots, p)$  do
32:    $R \leftarrow R^{(i)}$ 
33: end for
34: return  $R$ 
```

4.2. Reparación

Debido a que la construcción inicial solamente considera la distancia entre los clientes para realizar la creación de los territorios, es posible que se generen distritos no balanceados con respecto a la carga de trabajo. Es decir, que la demanda acumulada de cada uno de ellos esté dentro de ciertos límites previamente establecidos. Para ello se utiliza un mecanismo de reparación que genera distritos balanceados (construcciones parciales factibles).

La reparación se hace de la siguiente manera: primero, se ordenan los distritos de manera no creciente con respecto al valor de su demanda acumulada. En este caso, los distritos con mayor demanda acumulada son candidatos a que excedan el límite superior de balanceo; mientras que por otro lado, los distritos con menor demanda podrían estar por debajo del límite inferior. Para tratar de balancear los distritos se realiza un procedimiento de remover/insertar. Para el primer distrito ordenado (el de mayor carga de trabajo), se elige al cliente con la mayor demanda que al ser retirado permita que el distrito siga satisfaciendo la carga mínima de trabajo (límite inferior) y que pueda ser insertado en el último distrito ordenado sin ocasionar que éste distrito exceda el límite superior de balanceo.

Después, se evalúa si al realizar un movimiento, todos los distritos se encuentran dentro de los límites de balanceo. En caso de que esto no ocurra, se realiza de nuevo el reordenamiento de los distritos y se repite el procedimiento de remover/insertar. Si después de un número predeterminado de iteraciones se continúa con distritos infactibles, la solución parcial actual (distritos) se desecha y se procede a generar una nueva solución inicial. En el Pseudo-código 2 siguiente se detalla esta fase del algoritmo heurístico.

Algorithm 2 Reparación

Require: p, r, R, b, τ ;

```
1:  $Y^U \leftarrow \emptyset$ 
2:  $cum\_demand \leftarrow \emptyset$ 
3:  $sum = \frac{\sum_{i=1}^r b[i]}{p}$ 
4: for ( $i=1,2,\dots,p$ ) do
5:    $cum\_demand[i] = 0$ 
6:   for ( $j \in R^{(i)}$ ) do
7:      $cum\_demand[i] += b[j]$ 
8:   end for
9: end for
10: Sort( $cum\_demand$ ) in a non-increasing order  $p$ 
11: while ( $(sum)(1 + \tau) < cum\_demand[1]$  OR  $(sum)(1 - \tau) > cum\_demand[p]$ ) do
12:    $Flag = 0$ 
13:   for ( $i \in R^{(1)}$ ) do
14:     if ( $cum\_demand[1] - b[i] > (sum)(1 - \tau)$  AND  $cum\_demand[p] +$ 
15:        $b[i] < (sum)(1 + \tau)$  AND  $Flag = 0$ ) then
16:        $R^{(1)} = R^{(1)} \setminus \{customer[i]\}$ 
17:        $R^{(p)} = R^{(p)} \cup \{customer[i]\}$ 
18:        $Flag = 1$ 
19:     end if
20:   end for
21:   Update  $cum\_demand[i]$  for all  $R^{(i)}$ 
22:   Sort( $cum\_demand[i]$ ) in a non-increasing order
23: end while
24: for ( $i = 1, 2, \dots, p$ ) do
25:    $Y^U \leftarrow R^{(i)}$ 
26: end for
27: return  $Y^U$ 
```

4.3. Búsqueda local

La construcción inicial y la reparación se van a realizar hasta que se obtenga un conjunto de soluciones de tamaño $|Set|$. Una vez que se tiene dicho conjunto de soluciones iniciales parciales balanceadas, se restringe a una lista denominada *conjunto Elite* de las mejores soluciones. La calidad de las soluciones será medida en base a la función objetivo del líder. Luego, las $|Elite|$ soluciones pasarán a la fase de mejora.

Con la finalidad de que el esfuerzo computacional invertido en mejorar una solución parcial no sea desperdiciado después de resolver el nivel inferior, se va a ir verificando que la máxima duración de la jornada laboral no se sobrepase. En otras palabras, el ruteo de los clientes asignados a un distrito en particular puede exceder el límite establecido para la duración de la ruta. En caso de que esto ocurra, la solución será descartada y se

generará una nueva solución inicial.

Es fácil ver que para calcular la duración de la jornada laboral se necesita tener una ruta, y hasta el momento no se ha estructurado alguna. Entonces, se va a generar una ruta factible arbitraria que respete el orden de asignación de los clientes a cada distrito. En otras palabras, la ruta será creada con los primeros clientes cuya demanda no sobrepase la capacidad del vehículo. En caso de que sobrepase dicha capacidad, se inserta un regreso al CEDIS y se continua la ruta con el siguiente cliente. De esta forma se obtiene una ruta inicial y podremos calcular su duración. Claro está que cuando esta ruta se optimice en la fase (iv) del heurístico, la ruta optimizada no tendrá mayor duración. Por lo tanto, su factibilidad está asegurada.

Sabiendo que los distritos tendrán rutas factibles en cuanto a jornada laboral, se procederá a mejorar dichas soluciones. Para esto, nosotros decidimos utilizar dos búsquedas locales: *intercambio* y *remove/insertar*. Dichas búsquedas locales se aplican en el orden en que están descritas.

4.3.1. Intercambio

En este procedimiento se van a verificar todos los pares posibles de distritos y se van a evaluar los intercambios de la siguiente manera: para un par de distritos se evalúan todos los posibles intercambios entre los clientes de ambos distritos midiendo el impacto que tiene realizar dicho intercambio. En este caso, los intercambios de interés son aquellos en donde el valor del objetivo para el líder puede ser mejorado (disminuye la dispersión). Para eficientizar el cálculo de la función objetivo, solamente se restan las distancias entre los clientes que permanecen en el distrito y el cliente que es intercambiado; y se suman las distancias de dichos clientes al recién intercambiado. Cabe mencionar que durante los intercambios se cuida que se mantenga la factibilidad tanto por balanceo como de la duración de la ruta (con la ruta factible arbitraria). De la misma manera que para la actualización de la función objetivo, la duración de la ruta se actualiza haciendo la modificación de los enlaces correspondientes después de realizar el intercambio. Como se intuye de lo anterior mencionado, durante la evaluación de los intercambios factibles se utiliza el criterio de la mejor mejora para elegir el intercambio a realizar (en caso de que exista). Se detalla en Pseudo-código 3 los pasos de esta búsqueda local aplicados a un par de distritos de una solución del líder.

Algorithm 3 Intercambio

Require: $Elite, r, S, b, t, p, \tau, sum$;

```
1:  $D = \{1, 2, \dots, p\}$ 
2: //consider a solution  $Y^U \in Elite$  and consider a pair of districts
    $district[h], district[k] \in Y^U, h \neq k$ ;
3: //each solution contains its objective function value ( $OFV$ ), working hours ( $S_{i \in D}$ ),
   cumulative demand ( $cum\_demand_{i \in D}$ ), and the allocation of customers and districts.
4:  $OFV_{aux} = 0$ ;
5:  $S_{aux1}, S_{aux2} = 0$ ;
6:  $cum\_demand_{aux1}, cum\_demand_{aux2} = 0$ ;
7:  $candidate \leftarrow \emptyset$ ;
8:  $pair \leftarrow \emptyset$ ;
9: for ( $i \in district[h]$ ) do
10:  for ( $j \in district[k]$ ) do
11:     $S_{aux1} = S_h - t[i-1, i] - t[i, i+1] + t[i-1, j] + t[j, i+1]$ 
12:     $S_{aux2} = S_k - t[j-1, j] - t[j, j+1] + t[j-1, i] + t[i, j+1]$ 
13:     $cum\_demand_{aux1} = cum\_demand_h + demand[j] - demand[i]$ 
14:     $cum\_demand_{aux2} = cum\_demand_k + demand[i] - demand[j]$ 
15:    if ( $S_{aux1} < S$  and  $S_{aux2} < S$  and  $(1 - \tau)(sum) < cum\_demand_{aux1} < (1 + \tau)(sum)$ 
       and  $(1 - \tau)(sum) < cum\_demand_{aux2} < (1 + \tau)(sum)$ ) then
16:       $update_h = \sum_{\forall m \in district[h], m < j} dist(m, j) + \sum_{\forall m \in district[h], m > j} dist(j, m) -$ 
        $\sum_{\forall m \in district[h], m < i} dist(m, i) - \sum_{\forall m \in district[h], m > i} dist(i, m)$ 
17:       $update_k = \sum_{\forall n \in district[k], n < i} dist(n, i) + \sum_{\forall n \in district[k], n > i} dist(i, n) -$ 
        $\sum_{\forall n \in district[k], n < j} dist(n, j) - \sum_{\forall n \in district[k], n > j} dist(j, n)$ 
18:       $OFV_{aux} = OFV + update_h + update_k$ ;
19:      if ( $OFV_{aux} < OFV$ ) then
20:         $candidate[i] \leftarrow OFV_{aux}$ ;
21:         $pair[i] \leftarrow j$ ;
22:      end if
23:    end if
24:  end for
25: end for
26: if  $candidate \neq \emptyset$  then
27:    $interchange_i = argmin\{candidate\}$ ;
28:    $interchange_j = pair[interchange_i]$ ;
29:   Update  $district[h], district[k]$  and  $OFV$ ;
30: end if
31: for ( $i = 1, 2, \dots, p$ ) do
32:    $Y^U \leftarrow R^{(i)}$ 
33: end for
34: return  $Y^U$ 
```

4.3.2. Remover/Insertar

De igual manera que en la búsqueda local anterior, aquí también se consideran soluciones balanceadas y que no excedan la máxima duración de la jornada laboral. Para evaluar las inserciones se toma la misma idea del método de reparación. Es decir, prime-

ro se ordenan los distritos de manera no creciente de acuerdo a su demanda acumulada. Luego, para todo par de distritos, se busca un cliente del distrito con mayor demanda que pueda ser insertado en el distrito con menor demanda. Este movimiento puede ser explorado si y solo si se mantenga la factibilidad en ambos distritos por balanceo y duración de la ruta. En esta búsqueda local también se evalúan todos los posibles movimientos; es decir, se considera el criterio de la mejor mejora. El Pseudo-código 4 ilustra este procedimiento.

Algorithm 4 Remove-Insertar

Require: $Elite, r, S, b, t, \tau, sum;$

```

1:  $D = \{1, 2, \dots, p\}$ 
2: //consider a solution  $Y^U \in Elite$  and consider a pair of districts
    $district[h], district[k] \in Y^U, h \neq k$  such that  $cum\_demand[h] > cum\_demand[k]$ ;
3: //each solution contains its objective function value (OFV), working hours ( $S_{i \in D}$ ),
   cumulative demand ( $cum\_demand_{i \in D}$ ), and allocation of customers and districts.
4:  $OFV_{aux} = 0;$ 
5:  $S_{aux1}, S_{aux2} = 0;$ 
6:  $cum\_demand_{aux1}, cum\_demand_{aux2} = 0;$ 
7:  $\delta_{aux} = 0$ 
8:  $candidate \leftarrow \emptyset;$ 
9: for ( $i \in district[h]$ ) do
10:  for ( $j \in district[k]$ ) do
11:     $cum\_demand_{aux1} = cum\_demand_h - demand[i]$ 
12:     $cum\_demand_{aux2} = cum\_demand_k + demand[i]$ 
13:     $S_{aux1} = S_h - t[i - 1, i] - t[i, i + 1] + t[i - 1, i + 1]$ 
14:     $S_{aux2} = S_k + t[-1, i] + t[i, j] - t[j - 1, j + 1]$ 
15:    if  $S_{aux2} < S$  and  $(1 - \tau)(sum) < cum\_demand_{aux1}$  and  $cum\_demand_{aux2} < (1 + \tau)(sum)$  then
16:       $update_h = - \sum_{\forall m \in district[h], m < i} dist(m, i) - \sum_{\forall m \in district[h], m > i} dist(i, m)$ 
17:       $update_k = \sum_{\forall n \in district[k], n < i} dist(n, i) + \sum_{\forall n \in district[k], n > i} dist(i, n)$ 
18:      if ( $update_h + update_k < \delta_{aux}$ ) then
19:         $\delta_{aux} = update_h + update_k$ 
20:         $candidate[i] \leftarrow \delta_{aux};$ 
21:         $pair[i] \leftarrow j;$ 
22:      end if
23:    end if
24:  end for
25: end for
26: if  $candidate \neq \emptyset$  then
27:   $remove_i = argmin\{candidate\};$ 
28:   $insert_j = pair[remove_i];$ 
29:   $OFV = OFV + \delta_{aux};$ 
30:  Update  $district[h]$  and  $district[k]$ ;
31: end if
32: return  $Y^U$ 

```

Una vez que ambas búsqueda locales han sido ejecutadas, la solución parcial resul-

tante es evaluada para saber si su valor objetivo ha mejorado con respecto a la solución inicial; si la solución no es mejorada, se mantiene la solución anterior. En otras palabras, se actualiza el conjunto $|Set|$. Después, se van a elegir las $|Elite|$ mejores soluciones para pasar a la siguiente fase. Es importante mencionar que las soluciones pertenecientes a *Elite* se encuentran ordenadas de forma no creciente.

4.4. Resolución del nivel inferior

En esta fase, se va a completar cada solución parcial que pertenece al conjunto *Elite*. Para obtener el mejor ruteo en cada distrito se va a resolver el problema del nivel inferior con un optimizador comercial (CPLEX). La justificación de resolver únicamente el nivel inferior para las soluciones del conjunto *Elite* es debido al gran esfuerzo computacional requerido. Además, recuerde que se debe obtener el mejor ruteo en base a la mínima latencia para cada distrito creado en cada solución.

4.5. Verificación de la factibilidad binivel

Por último, se debe verificar una a una las soluciones binivel obtenidas en la fase anterior hasta encontrar una que sea factible binivel. Esto es, si con el ruteo obtenido al resolver el problema de mínima latencia se cumple la restricción de presupuesto. Para hacer esta evaluación de manera eficiente se procede de la siguiente manera: dado que tenemos el conjunto *Elite* ordenado de mejor a peor, verifique que si la primera solución binivel cumple el presupuesto; en caso de que lo sea, el algoritmo se termina y se reporta como la mejor solución obtenida. La estructura especial de nuestro problema (la ausencia de las variables del seguidor en la función objetivo del líder) permite omitir la evaluación de las soluciones restantes en *Elite*.

Por otro lado, si la solución binivel evaluada viola la restricción de presupuesto para algún distrito, entonces se descarta dicha solución binivel del conjunto elite y se repite el procedimiento con la siguiente. El algoritmo termina hasta reportar la mejor solución factible binivel encontrada o bien, cuando el conjunto *Elite* se vacíe. El hecho de que esto último suceda implica que no se obtuvo factibilidad binivel (por presupuesto), se regresa a la fase de construcción inicial y se procede a entrar a las fases subsecuentes.

Capítulo 5

Caso de estudio

Como se mencionó en la introducción, la motivación de modelar el problema bajo estudio en esta tesis es la de dar recomendaciones a la compañía en cuestión. Así mismo, se elaboró un caso de estudio en la zona conurbada de la Ciudad de Monterrey basado en datos reales proveídos por dicha compañía. A continuación se va a describir con detalle el caso de estudio y los supuestos considerados para delimitar el problema.

5.1. Descripción del caso de estudio

Consideremos el problema de planificación que lleva a cabo una empresa de manufactura para la distribución de sus productos en una región dada. Para el caso particular de estudio, consideraremos la distribución de productos que lleva a cabo la empresa específicamente en la ciudad de San Nicolás. La empresa tiene un conjunto de clientes que demandan productos de manera semanal. Cada cliente tiene establecido contratos de servicio, y con base en estos contratos, la empresa determina los días en que cada cliente será atendido (y por ende la frecuencia para el surtido de los productos demandados).

La empresa organiza sus operaciones determinando zonas o distritos para cada repartidor, donde se definen los clientes que deberán ser atendidos cada día de la semana en función de los contratos establecidos con cada cliente. De ésta manera, la empresa determina los distritos o territorios de venta (con sus respectivos clientes) que serán atendidos cada día por cada repartidor. Una vez definidos los territorios de venta, cada repartidor debe determinar la ruta a seguir para realizar la entrega de los productos a sus clientes asignados, asumiendo que todos los clientes deben ser visitados. Para ello, se considera que el vehículo es cargado de productos en el CEDIS (respetando su capacidad), y que podría ser necesario que retorne al CEDIS a resurtir productos si éstos se le terminan antes de surtir a todos sus clientes. Por otra parte, cada repartidor debe laborar durante un turno de trabajo, por lo que al finalizar debe regresar al CEDIS.

Es importante mencionar que actualmente, la empresa realiza el proceso de diseño de los distritos de manera manual. También, de manera periódica (cada estación o cada año) hace un rediseño de los territorios de venta según la demanda que tiene. Este ajuste puede deberse por motivo de modificación en las demandas actuales o la inclusión de nuevos clientes. Debido a las políticas de servicio de la empresa, se busca asignar los clientes más cercanos a cada territorio y que sean de forma compacta para que los repartidores no tengan que hacer viajes por toda la ciudad. Por su parte, una vez que el repartidor conoce a los clientes que tiene que dar servicio en el día, procura que cada uno de los clientes en su territorio espere el menor tiempo posible para ser visitados.

Por lo tanto, en éste caso se deben tomar dos decisiones de forma jerarquizada, la primera a cargo de la empresa la cual debe minimizar las distancias entre los clientes pertenecientes a cada territorio tomando en cuenta también que los territorios estén balanceados en cuanto a carga de trabajo para que los repartidores hagan un esfuerzo similar al momento de realizar sus rutas. Posteriormente, reaccionando a esta decisión tomada por la empresa, el repartidor debe ver en qué forma visitará a sus clientes para minimizar sus tiempos de espera. Una vez que los repartidores realizan sus recorridos, la empresa absorbe el costo derivado del ruteo de cada uno de ellos. Es importante destacar que la solución que actualmente utiliza la empresa podría no ser factible (en términos de respetar el presupuesto designado para cada ruta) debido a dos factores: la mala configuración de los territorios de venta y la forma en que los repartidores realizan el ruteo a sus clientes. Es por esto, que con el modelo propuesto se pretende garantizar que dicho presupuesto no sea excedido.

Para generar la instancia del problema, se realizó una recopilación de las ubicaciones (coordenadas GPS) de 290 clientes pertenecientes a 10 territorios de venta de un día representativo, así como algunos atributos relacionados con ellos tales como el tiempo de servicio (minutos) para cada cliente, la venta total para cada cliente (kg), venta total en unidades y la venta en efectivo, las cuales se presentan en la Tabla 1 de la sección de apéndices.

Una vez que se obtuvieron las coordenadas de ubicación de cada uno de los puntos, se calculó la matriz de distancias euclidianas entre clientes. Debido a que la ubicación de los clientes se realiza en mapas a escala, se considera un factor de proporcionalidad de 107.85 para convertir dichas distancias a kilómetros. Para este caso de estudio hay que tomar en cuenta también que la capacidad de cada vehículo de reparto es de 1500 kg. La empresa cuenta con 4 tipos de productos, con pesos variantes (60gr, 100gr, 120gr, 150gr). En este caso, consideramos el peso total demandado por cada cliente como dato de entrada, ya

que para la empresa, lo importante es que los territorios estén balanceados en cuanto a demanda, sin importar el tipo de producto que se entregue al cliente.

Los tiempos de servicio a los clientes varían de acuerdo a las especificaciones de la tienda, ubicación de estantes, tipo de producto, etc. En algunos casos también se considera la extracción de producto sobrante o próximo a vencer (merma) de las tiendas. Es por esto que el tiempo se incrementa aunque sea muy poca la venta, lo cual se ve reflejado en 1. En esta empresa se consideran jornadas laborales de máximo 8 horas por día. Pero debido a que los sueldos de los trabajadores son calculados en base a las comisiones que se generan por las ventas realizadas, el repartidor puede llegar a crear rutas con horarios mayores a los fijados por la empresa, para poder surtir a todos los clientes de su ruta.

Por otro lado se asume que la velocidad que alcanza el vehículo de reparto al trasladarse de cliente a cliente y de regreso al CEDIS es de 25km/h. En cuanto a los costos de traslado, se consideró que el precio actual del diesel (combustible utilizado por los vehículos repartidores) es de \$13.96 por litro según información obtenida en agosto del 2016. Además, se asume que con 1 litro de combustible se recorren 6.27 km aproximadamente, por lo que el precio aproximado por km recorrido es de \$2.22.

La ubicación de los clientes considerados en este caso de estudio se presenta en la Figura 5.1, mientras que en la Figura 5.2 se puede observar la configuración actual de los territorios creados por la empresa.

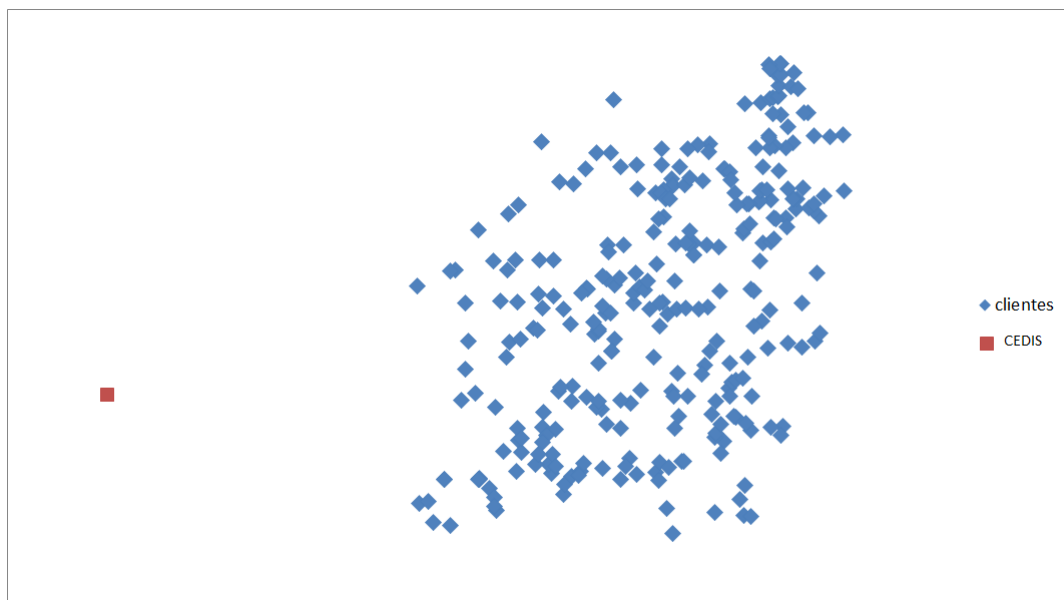


Figura 5.1: Distribución de clientes

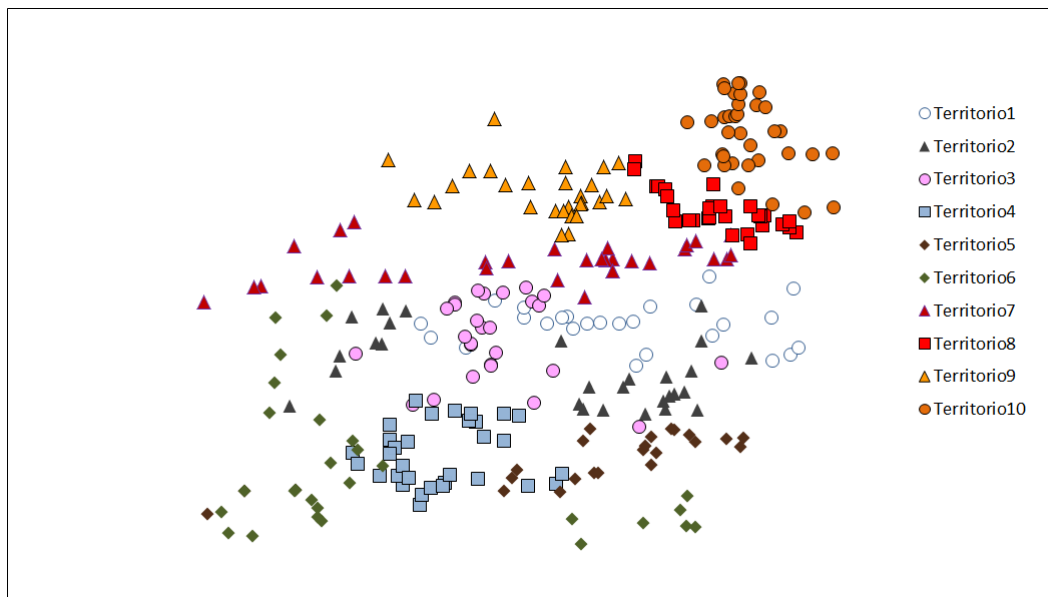


Figura 5.2: Distribución de territorios.

5.2. Evaluando la decisión actual de la compañía

Bajo la actual configuración de los distritos con que opera la empresa, se cuenta con el registro de los clientes que son atendidos durante un día de la semana para diez territorios de venta que fueron configurados por el planificador, así como la ruta que cada repartidor siguió para dar servicio a los clientes asignados. Como ya se mencionó, dichos territorios pertenecen al municipio de San Nicolás de los Garza ubicado dentro de la región metropolitana de Monterrey. Con esta información, a continuación, se presenta un análisis de los costos y tiempos de servicio involucrados en la situación actual de la empresa. Posteriormente, en el Capítulo 6 se resolverá ésta misma instancia con nuestro modelo matemático propuesto. Por otra parte, se asume también que si el repartidor se queda sin producto debe regresar a cargar al CEDIS y al finalizar el turno, regresa al CEDIS para entregar el vehículo.

Ahora, si evaluamos la decisión actual que utiliza la empresa en las funciones objetivo y restricciones involucradas en el modelo matemático propuesto, se obtiene una dispersión de 3246.72km. Cabe mencionar que dicha dispersión corresponde a la suma total de las distancias entre los clientes pertenecientes a cada uno de los territorios. La Tabla 5.2 muestra un resumen de los valores correspondientes al número de clientes de cada uno de los diez territorios, así como demandas, la suma de los tiempos de espera promedio de los clientes (latencia), las jornadas laborales y los costos de ruteo de la configuración actual de territorios de la empresa.

Tabla 5.1: Resumen de los valores actuales de los territorios.

Territorio	No. Clientes	Demanda(<i>kg</i>)	Latencia(<i>h</i>)	Jornada(<i>h</i>)	Costo (\$)
1	26	130.28	140.16	10.56	48.16
2	28	144.48	148.07	9.86	55.58
3	27	95.04	127.95	8.67	52.44
4	32	155.16	171.04	10.63	33.24
5	24	92.06	104.99	8.43	31.75
6	29	118.44	137.88	8.61	44.12
7	32	154.2	110.62	6.58	46.23
8	29	134.06	88.40	6.59	34.12
9	28	118.78	89.55	6.12	46.93
10	35	119.74	129.56	6.65	40.87
desviación media		17.41	21.15	1.43	6.68

En la tabla anterior se observa que la latencia de los territorios varía en gran medida, siendo esta un área de oportunidad ya que el objetivo de los repartidores es minimizar los tiempos de espera de cada cliente perteneciente a su territorio. Por ejemplo, se puede ver que el territorio 6 con 29 clientes, presenta una mayor latencia que el territorio 10 con 35 clientes. Esto puede ser debido a distintos factores entre ellos la compacidad de los territorios y la forma en que cada repartidor realiza su ruteo. En el último renglón de la tabla anterior se presenta un análisis de las desviaciones con respecto a la media de la demanda, latencia, horas de trabajo y costo de ruteo de la actual configuración de territorios de la empresa. Esto tiene la finalidad de poder hacer comparaciones para ver las mejoras realizadas después de resolver la misma instancia con nuestra metodología.

En la Tabla A.1 de la sección de Apéndice se presentan los datos recolectados para este caso de estudio, así como la forma en la que actualmente están configurados los territorios.

Capítulo 6

Experimentación computacional

En este capítulo se muestran los resultados obtenidos de la experimentación computacional que se llevó a cabo para resolver el caso de estudio descrito en el capítulo anterior. Además, se resolvió un conjunto de instancias de prueba generadas de forma pseudo-aleatoria para probar robustez del algoritmo propuesto. Antes de realizar la experimentación final, se hicieron algunas pruebas preliminares para decidir el valor de los parámetros utilizados por el algoritmo. Entonces, se muestran estos resultados para el caso de estudio y las instancias de prueba.

6.1. Ambiente Computacional

La experimentación computacional fue realizada en una computadora de escritorio con procesador Intel Core i7-4790 con 3.60 GHz y 32GB de RAM bajo el sistema operativo Windows 8.1 Pro. El algoritmo propuesto fue implementado en Visual Studio Express 2012 codificado en C++. Para resolver el problema del nivel inferior, es decir, para encontrar la mínima latencia para cada distrito se utilizó CPLEX 12.6.1.

6.2. Instancias utilizadas

Como ya se mencionó durante esta tesis, la finalidad es resolver un caso de estudio para poder brindar recomendaciones que ayuden a mejorar el proceso de decisión que actualmente se lleva a cabo. Sin embargo, es conveniente mostrar que el algoritmo propuesto funciona bien para otras instancias y no solo para el caso de estudio. Es por esto que, además de resolver el caso de estudio, se generaron dos conjuntos adicionales de instancias con características particulares. Al primer conjunto le llamamos instancias perfectamente balanceadas; y el segundo conjunto es de instancias pseudo-aleatorias. La estructura de todas las instancias probadas se describe a continuación.

6.2.1. Instancia para el caso de estudio

Se consideró la información descrita en el Capítulo 5 con todos los supuestos allí mencionados. En la Figura 6.1 se muestra la distribución espacial de los clientes y el CEDIS.

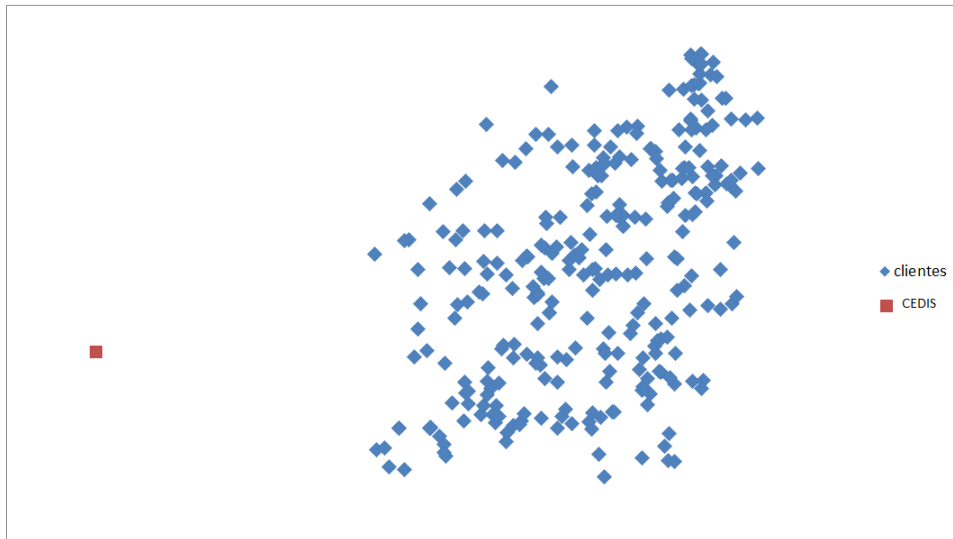


Figura 6.1: Instancia caso de estudio

Para este caso se considera también al momento de evaluar el algoritmo heurístico que el valor de la demanda debe estar entre 113.85 y 138.84 kg. lo cual se logra utilizando un valor de $\alpha = 0.1$, además la jornada laboral debe ser menor a 9.5 horas y el presupuesto para cada uno de los territorios debe ser no mayor a \$55.

6.2.2. Instancias perfectamente balanceadas

Estas instancias fueron tomadas de González [34] y se adaptaron apropiadamente para representar nuestro modelo. El centro de distribución para todas las instancias está ubicado en el punto (0,0), mientras que los clientes son ubicados de manera simétrica respecto al origen de acuerdo al número de territorios que se quieren construir. Los territorios son llamados perfectamente balanceados, debido a que la suma de las demandas de cada uno de los territorios que se forman es la misma. Además, su ubicación simétrica nos permite conocer la forma óptima de la configuración de dichos territorios. Los tiempos de servicio son determinados de manera aleatoria entre 1 y 10. Para calcular la matriz de tiempos se consideró como tiempo de traslado la distancia que hay entre los clientes más el tiempo de servicio de cada cliente. La capacidad de los vehículos varía entre 400 y 2600, por lo que en algunas instancias es necesario incluir regresos al CEDIS para resurtir.

Para las jornadas laborales, se analizaron las distancias existentes en las instancias y el número de clientes promedio por territorio y se propuso un tiempo de 3500 horas. Puede parecer excesivo esta duración de la ruta, pero hay que tener en cuenta que son instancias ficticias creadas para mostrar la buena aplicabilidad del algoritmo propuesto.

En la Tabla 6.2.2 se muestran las dimensiones de las siete instancias perfectamente balanceadas consideradas en esta tesis. Además, en la Figura 6.2 se ilustra la distribución espacial de una instancia en particular. Cabe mencionar que las demás instancias mantienen una estructura similar.

Tabla 6.1: Definición de instancias perfectamente balanceadas

Nombre de instancia	Clientes	distritos	capacidad de vehículo	valor de α_1
B_1	50	5	486.6	0.1
B_2	200	10	981.1	0.1
B_3	450	15	1515.86	0.1
B_4	40	4	350	0.1
B_5	200	10	1025	0.1
B_6	50	5	569	0.1
B_7	200	10	1011.9	0.1

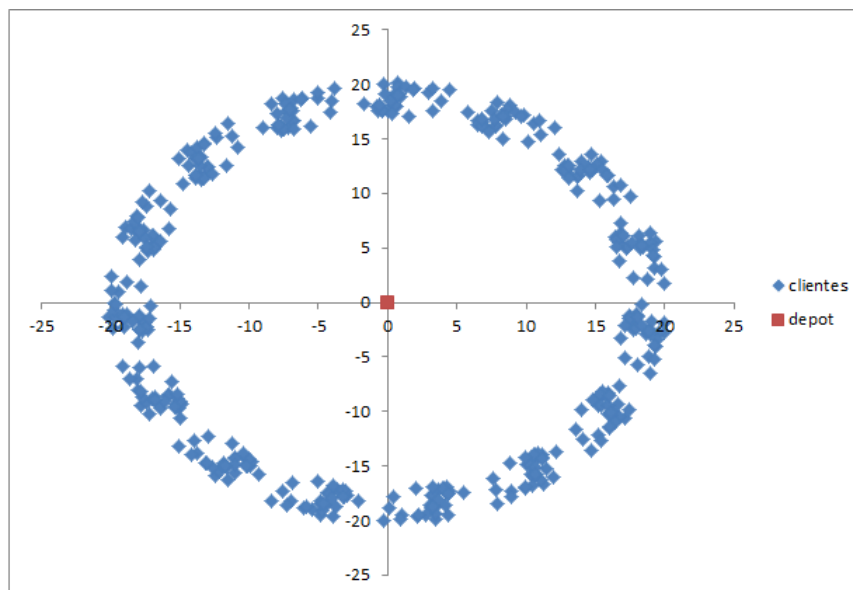


Figura 6.2: Ilustración de la instancia B_3

La finalidad de experimentar con estas instancias es validar que el heurístico propuesto realiza los distritos de manera óptima. Debido a la estructura de dichas instancias, el óptimo es conocido de antemano. Esto nos ayudará a medir la eficiencia del heurístico para después probarlo con un conjunto de instancias no balanceadas.

6.2.3. Instancias no balanceadas

A diferencia del conjunto de instancias perfectamente balanceadas, la ubicación de clientes en este conjunto es de forma aleatoria. El CEDIS se mantiene en el punto (0,0). Además, las demandas de los clientes son consideradas de forma aleatorias entre 1 y 100, la jornada laboral es considerada de igual forma que en las instancias perfectamente balanceadas, así como los valores del parámetro α .

De manera similar que en la sección anterior, la Tabla 6.2.3 presenta las dimensiones de las seis instancias no balanceadas. Para ilustrar la forma en que se distribuyen los clientes se incluye la Figura 6.3.

Tabla 6.2: Dimensiones de las instancias no balanceadas

Nombre de instancia	Clientes	distritos	capacidad de vehículo	valor de α_1
<i>NB_1</i>	50	5	499.8	0.1
<i>NB_2</i>	200	10	1003.3	0.1
<i>NB_3</i>	50	5	539.8	0.1
<i>NB_4</i>	200	10	1042.2	0.1
<i>NB_5</i>	50	10	1300	0.1
<i>NB_6</i>	200	10	1300	0.1

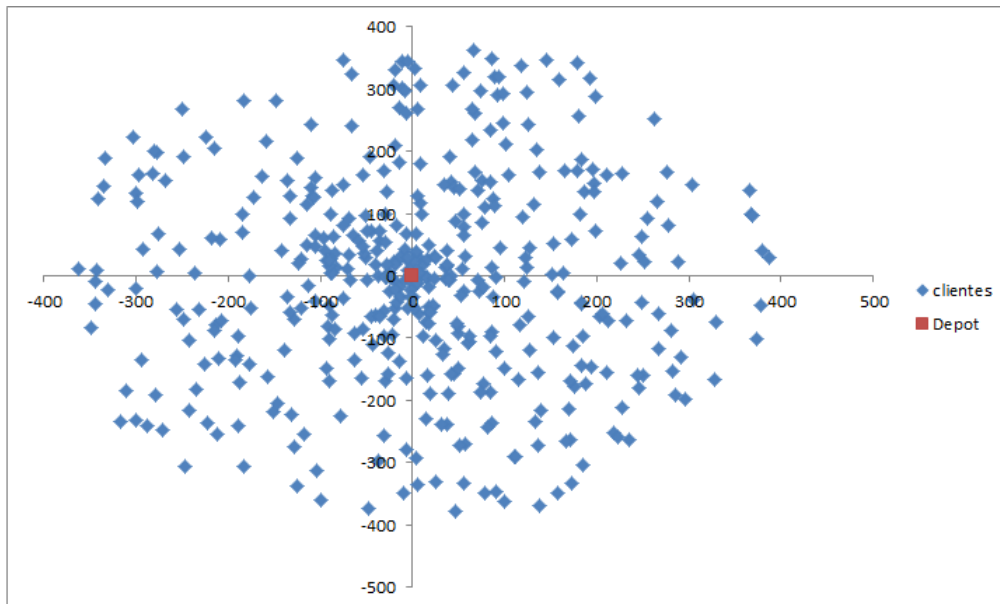


Figura 6.3: Instancia *NB_3*

6.3. Resultados obtenidos y análisis

En esta sección se presentan los resultados obtenidos en la experimentación que se realizó con la instancia del caso de estudio, así como las instancias simétricas balanceadas y aleatorias.

Para cada una de las pruebas realizadas se utilizó como construcción inicial una familia de 200 soluciones, de las cuales se tomó un *conjunto Elite* con las 20 mejores soluciones de la construcción inicial.

6.3.1. Resultados Caso de Estudio

En la Tabla 6.3 se presenta los resultados actuales correspondientes al caso de estudio en comparación con los resultados obtenidos con el algoritmo propuesto. Mostramos el valor objetivo del líder $F(x)$ que representa la suma de las distancias de los clientes pertenecientes a cada territorio (en kilómetros). Después, se presenta la función objetivo del seguidor $f(y)$ que representa la suma de los tiempos de espera de los clientes (en horas) correspondiente a la solución del líder.

La holgura (gap) que se considera en las tablas de resultados se calcula de la siguiente manera:

$$gap = \frac{(valor_conocido - valor_encontrado)}{valor_conocido} \times 100 \% \quad (6.1)$$

Para lo cual un resultado positivo indica una mejora en el valor de la función objetivo.

Tabla 6.3: Resultados numéricos para el caso de estudio

	Configuración actual	Solución del algoritmo	gap(%)
$F(x)$	3246.72	2559.17	21.17
$f(y)$	1248.85	1089.99	12.72

Como puede observarse, en la tabla anterior los resultados muestran que al considerar los supuestos bajos los cuales se desarrolló este trabajo, (esto es, distritos balanceados en carga de trabajo, límite de presupuesto y máxima duración de la ruta) y con la implementación del algoritmo heurístico propuesto, se mejoran los resultados actuales. Es decir, la configuración actual de la empresa es reducida en ambas funciones objetivo, tanto dispersión como latencia.

Ahora en la Tabla 6.4 se muestra el desglose de la suma de las latencias de cada territorio, donde podemos observar que la latencia correspondiente a la solución del heurístico en la mayoría de los territorios está por debajo de la latencia correspondiente a la configuración actual, lo cual se ve reflejado como un beneficio para los clientes al tener un menor tiempo de espera para ser abastecido. En los casos en que se aumentó la latencia, se justifica porque ahora los repartidores tendrán cargas de trabajo similares.

Tabla 6.4: Comparación de latencia por territorios

Territorio	Latencia Actual	Latencia Heurístico	gap (%)
1	140.16	118.01	15.80
2	148.08	116.05	21.63
3	127.95	118.60	7.30
4	171.04	65.789	61.53
5	104.99	110.12	-4.88
6	137.88	148.19	-7.47
7	110.62	110.80	-0.16
8	88.40	107.10	21.15
9	89.55	98.81	-10.34
10	129.56	96.49	25.52
promedio			13.08

Como se acaba de mencionar, otra de las cosas que se tomaron en cuenta en el modelo fue que la suma de las demandas correspondientes a cada territorio estuvieran dentro de un rango con respecto a la demanda promedio. Esto último, con la finalidad de tener territorios balanceados con respecto a la carga de trabajo. La actual configuración de clientes de la empresa presenta demandas que están por encima de la cota de balanceo propuesta ($113.65 \leq \text{demanda} \leq 138.84$). En la Tabla 6.5 se presenta una comparación de las demandas asociadas a cada uno de los territorios. Aquellos territorios marcados con (*) corresponden a los territorios que actualmente tienen una demanda que no está dentro de los rangos deseados por la empresa.

Tabla 6.5: Comparación de demandas por territorio

Territorio	Demanda actual (Kg.) Actual	Demanda(Kg.) Heurístico)
1	130.28	133.84
2	144.48*	121.28
3	95.04*	130.66
4	155.16*	138.72
5	92.06*	115.16
6	118.44	131.10
7	154.20*	117.74
8	134.06	137.16
9	118.78	120.74
10	119.74	115.84

Se puede observar que con la implementación del algoritmo heurístico los territorios creados tienen demandas que están dentro del rango de balanceo deseadas por la empresa.

La Tabla 6.6 muestra la comparación de los resultados correspondientes a las jornadas laborales presentadas en el caso de estudio y las jornadas correspondientes a los resultados obtenidos con el algoritmo propuesto.

Tabla 6.6: Comparación de jornadas laborales

Territorio	Jornada(<i>h</i>) Actual	Jornada(<i>h</i>) Heurístico
1	10.56	9.08
2	9.86	8.44
3	8.67	7.34
4	10.63	5.96
5	8.43	8.86
6	8.61	9.24
7	6.58	6.89
8	6.59	8.89
9	6.12	8.97
10	6.65	7.90

En cuanto a las jornadas laborales, con la configuración actual se excede la nueva jornada propuesta por la compañía (9.5 horas) en 3 de los 10 territorios. En cambio, como es de esperarse, el heurístico arroja territorios que involucran rutas menores que ese tiempo máximo para la jornada laboral.

Además, al calcular el costo que se genera bajo la configuración de territorios que maneja la empresa actualmente y con todas las consideraciones hechas en este modelo es de \$ 433.44. Por otro lado, con la nueva solución propuesta obtenida por nuestro algoritmo en base al modelo matemático, se logra disminuir el costo a \$370.63. Esto arroja una

reducción en los costos del 14.48 %, es decir, un ahorro significativo.

En las Figuras 6.4 y 6.5 se presenta la comparación de la actual configuración de los territorios para el caso de estudio, y la forma en que se distribuyen los territorios con el algoritmo propuesto, respectivamente.

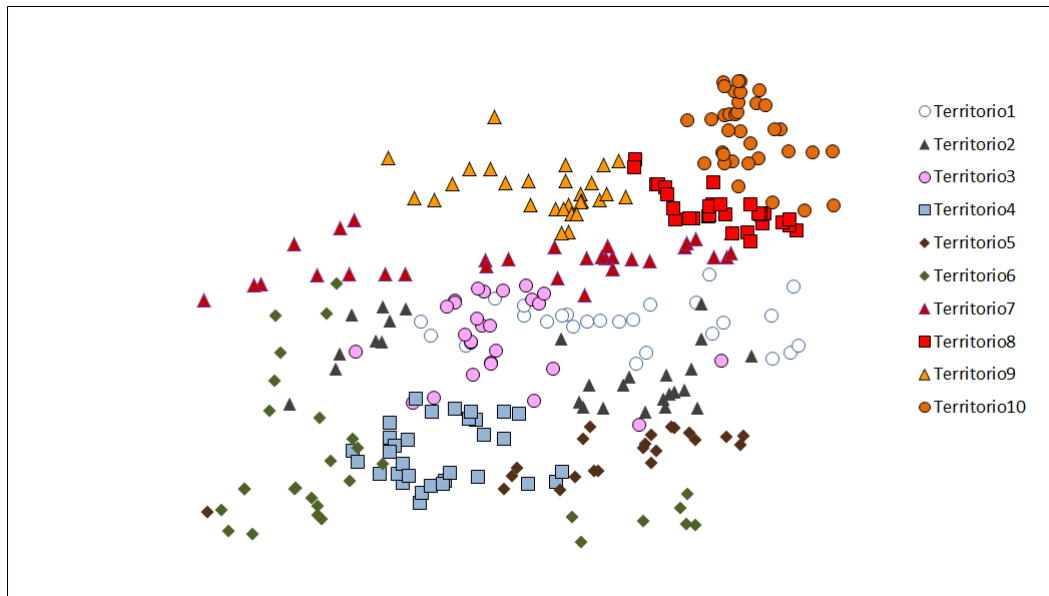


Figura 6.4: Solución actual del caso de estudio

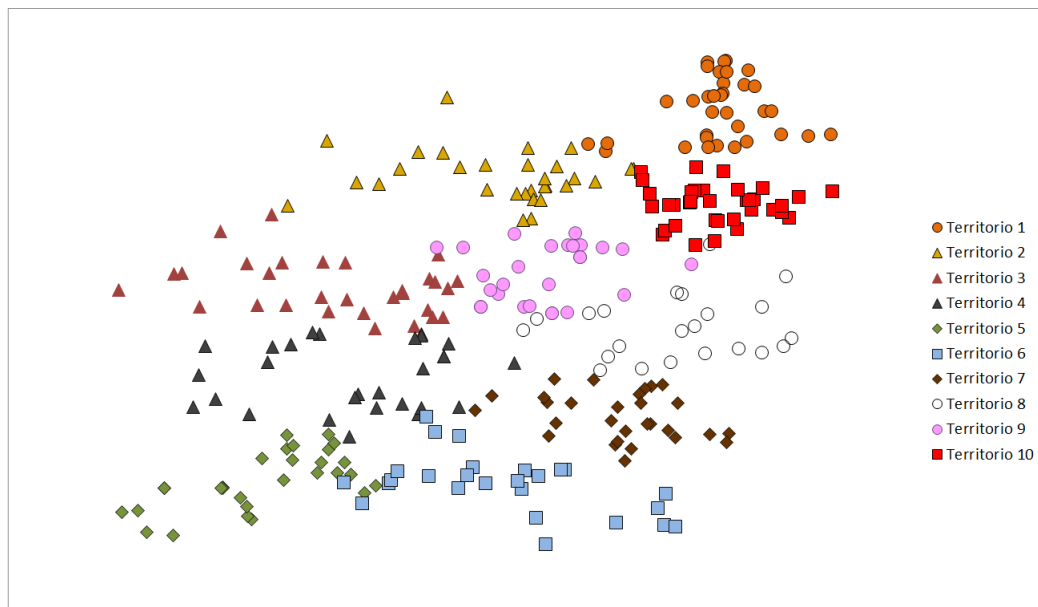


Figura 6.5: solución del algoritmo heurístico

6.3.2. Resultados Instancias Perfectas

Para el caso de las instancias simétricas balanceadas, la Tabla 6.7 muestra el resultado esperado en la función objetivo del líder y del seguidor, y el resultado obtenido en la implementación del algoritmo.

Tabla 6.7: Instancias perfectamente balanceadas: solución esperada vs. heurístico

Nombre de instancia	Solución esperada		Solución heurístico		tiempo cpu	gap
	$F(x)$	$f(y)$	$F_h(x)$	$f_h(y)$		
B_1	388.77	2443.75	388.77	2443.75	14.67	0
B_2	3476.73	19512.90	3476.73	19512.90	336.56	0
B_3	14165.30	259059.00	14165.30	259059	21107.30	0
B_4	892.30	2233.04	892.30	2233.04	3.36	0
B_5	4534.21	17774.90	4534.21	17774.90	327.71	0
B_6	540.22	2121.35	540.22	2121.35	2.95	0
B_7	10580.60	10580.60	118222.70	118222.70	146.84	0

Se puede observar que los valores de las funciones objetivo esperados coinciden en todas las instancias con los arrojados por el algoritmo heurístico, lo cual indica que la fase de la construcción de los territorios en el algoritmo es eficaz ya que crea buenas configuraciones de territorios.

6.3.3. Resultados Instancias Pseudo-aleatorias

Para el caso de las instancias no balanceadas se realizaron 5 pruebas con los mismos parámetros para cada instancia, la Tabla ?? muestra el valor mas bajo y el mas alto obtenido para la función objetivo del nivel superior, así como el valor promedio y desviación porcentual (gap) correspondiente entre el valor promedio y el valor más bajo obtenido (gap_{mejor}) y la desviación porcentual correspondiente al valor promedio y al valor más alto (gap_{peor}).

Tabla 6.8: Resultados instancias no simétricas

Nombre de instancia	$F_{mejor}(x)$	$F_{peor}(x)$	$F(x)$	gap_{mejor} (%)	gap_{peor} (%)
NB_1	3631.56	3632.50	3631.74	0.01	-0.02
NB_2	87096.50	89385.10	88259.88	1.31	-1.27
NB_3	32698.00	33198.60	32803.02	0.09	- 1.20
NB_4	117648.00	119739.00	118467.20	0.69	- 1.07
NB_5	5145.79	5201.94	5177.21	0.30	-0.47
NB_6	3968.31	4017.94	3981.79	0.33	-0.90

Para cada una de las soluciones anteriores se evaluó el nivel inferior, realizando el mismo análisis de datos.

Tabla 6.9: Resultados instancias no simétricas

Nombre de instancia	$f_{mejor}(x)$	$f_{peor}(x)$	$\overline{f(x)}$	$gap_{mejor} (\%)$	$gap_{peor} (\%)$
<i>NB_1</i>	14047.30	14088.40	14055.50	0.05	-0.23
<i>NB_2</i>	148329.60	148957.10	148685.50	0.23	-0.18
<i>NB_3</i>	139444.10	140978.60	139990.40	0.39	-0.70
<i>NB_4</i>	163115.80	165099.90	164300.50	0.72	-0.48
<i>NB_5</i>	333689.50	333983.80	333847.90	0.04	0.04
<i>NB_6</i>	118395.80	118482.00	118416.90	0.01	-0.05

Podemos ver en ambas tablas que nuestros resultados encontrados en el promedio del valor de la función objetivo del líder son muy cercanos al mejor valor de ésta, las holguras se encuentran entre 0.01 % y 0.72 %.

Capítulo 7

Conclusiones y trabajo futuro

7.1. Conclusiones

En esta tesis se estudió problema de redistribución de territorios de venta de una compañía manufacturera en donde se considera la satisfacción del cliente. Esto último se estudia desde el enfoque del tiempo de espera de los clientes para ser atendidos (latencia). Una de las principales contribuciones de este trabajo es la proposición de un modelo matemático para resolver la situación antes descrita. El modelo resultante es un problema de programación binivel no lineal con múltiples seguidores independientes. El hecho de que se considere como objetivo principal a la minimización de las distancias entre los clientes es porque así lo demanda la empresa. Por otro lado, como los repartidores son libres de diseñar el ruteo de sus clientes, se considera la minimización de la latencia para favorecer a los clientes. A diferencia de otros trabajos que consideran múltiples objetivos, en nuestro caso la decisiones no son tomadas por el mismo tomador de decisiones o bien, en el mismo nivel del proceso de toma de decisiones. Es por esto que la empresa solo se encarga de diseñar los territorios, mientras que cada repartidor desea minimizar la latencia de cada cliente dentro de su territorio. El recorrido que el repartidor realiza es evaluado por la empresa para ver si es factible, por lo que la restricción de presupuesto debe ir en el nivel superior, como restricción de acoplamiento de ambos niveles. Este tipo de restricciones complican demasiado a los problemas binivel al afectar directamente el espacio de soluciones factibles.

El problema del nivel superior es una variante del modelo propuesto en Ríos-Mercado y Fernández [14], en donde se propone fijar clientes como centros de territorios para minimizar la distancia de cada cliente al centro del territorio; dicha función objetivo es lineal. Para nuestro caso, no se consideran centros de territorios y se minimiza la distancia total entre clientes. El resultado es una función objetivo no lineal que también se garantiza la compacidad de los territorios. Por otro lado, el problema del nivel inferior está basado en

el modelo propuesto por Angel-Bello et al. [21] pero adaptado de manera apropiada para nuestro problema.

Como no existe un optimizador comercial capaz de resolver este problema binivel, se tuvo que buscar otra estrategia. Entonces, otra de las principales contribuciones de esta tesis es el diseño de un algoritmo heurístico que muestra buenos resultados en un tiempo razonable para resolver este tipo de problemas. El algoritmo propuesto explota las características del problema. En particular, realiza la evaluación de la calidad de una solución del líder sin tener que resolver el nivel inferior. Esto viene a mejorar significativamente los tiempos de ejecución del algoritmo. El esquema tradicional de los algoritmos diseñados para resolver problemas binivel consiste en que para cada solución del líder se resuelve el nivel inferior y después se evalúa la calidad. Bajo ese esquema, mediante pruebas preliminares en instancias pequeñas de 81 clientes y 3 distritos, requerían de hasta 13 horas. Claro está que este tiempo computacional se asume a la complejidad del nivel inferior, ya que cada vez que se hacía una modificación al nivel superior, el nivel inferior debía resolver con el optimizador. Dado esto, nuestro algoritmo propuesto eficientiza esta parte sin perder calidad de las soluciones.

Por último, se resolvió un caso de estudio de la empresa local. Como resultado del caso de estudio se obtiene una mejor configuración de territorios para la empresa bajo el esquema con el que operan actualmente, lo cual generó un ahorro significativo en los costos de distribución. En base a estos resultados, se propone realizar una re-distribución de los territorios de venta, demostrando con ésto la eficiencia del modelo y método de solución propuesto. Además, se resolvieron dos conjuntos de instancias de prueba adicionales en los cuales el algoritmo obtuvo buenos resultados en un tiempo razonable.

7.2. Trabajo futuro

Dado que el algoritmo propuesto en esta tesis es un método heurístico, no hay garantía de que obtenga la solución óptima. Desafortunadamente, debido a la complejidad del modelo aquí propuesto, actualmente no existe una metodología que nos ayude a encontrar el óptimo global. Entonces, no pudimos medir la calidad de las soluciones obtenidas de manera explícita sino simplemente hacer un análisis sobre el comportamiento del algoritmo en diferentes instancias.

Es por esto, que se pretende diseñar un método exacto para encontrar la solución óptima del problema. El método estaría basado en introducir desigualdades válidas (hiperplanos de corte) correspondientes al problema. De igual manera que en el algoritmo heurístico propuesto, se planea explotar la estructura del problema y la naturaleza binaria

de las variables. Las desigualdades introducidas se van a configurar basándose en un radio predeterminado de adyacencia de los clientes. Se intuye que clientes muy alejados entre sí, no deberán estar en el mismo territorio. Claro está que como el método será exacto, tendremos que tener cuidado de no perder soluciones factibles durante el proceso de incorporación de cortes.

Por otro lado, se pretende incorporar decisiones de inventarios en el modelo. Estamos conscientes de las complicaciones que puede generar esto, pero creemos que es algo que debe tomarse en cuenta para esta situación bajo estudio. Las tiendas tienen su inventario y/o producto no vendido. Así mismo, la compañía considera inventarios durante su proceso de producción. Es importante mencionar que se comenzaría por incluir la consideración de inventarios en alguno de los involucrados en este problema a la vez. Otro detalle que debe considerarse para los inventarios es que los productos son perecederos, es decir, la fecha de caducidad jugaría un papel muy importante a la hora de decidir el ruteo de los clientes. Por ejemplo, un cliente que está programado para un día en particular pero aún tiene suficiente producto disponible con vigencia, lo razonable sería no incluirlo en la ruta. Sin embargo, no podemos omitir su visita sin reprogramarlo debido a la caducidad.

Apéndice

Tabla 1: Datos de los clientes.

Cientes	Venta \$	Venta kg	Venta Unidades	Tiempo de servicio	Latitud	Longitud
1	386.85	3.88	52	31	25.7540972	-100.272206
2	213.26	2.34	31	20	25.755547	-100.274362
3	224.49	2.9	29	8	25.755547	-100.274362
4	883.68	12.68	128	10	25.7577197	-100.274308
5	196.54	2.48	28	12	25.7580593	-100.275832
6	168.44	1.82	23	21	25.7508434	-100.276968
7	557.98	6.62	77	32	25.7574729	-100.274448
8	280.18	4.02	41	21	25.7619147	-100.272967
9	464.35	5.82	97	30	25.7587357	-100.27521
10	472.52	6.28	70	22	25.7587357	-100.27521
11	124.63	1.5	17	10	25.7593928	-100.275049
12	1180.25	10.1	159	40	25.7612142	-100.280392
13	139.1	1.32	20	24	25.7680579	-100.274362
14	152.6	1.76	20	21	25.7642705	-100.272721
15	230.44	2.1	31	22	25.7610499	-100.274931
16	528	6.12	72	28	25.7617065	-100.279086
17	241.21	2.14	33	22	25.7649198	-100.269279
18	829.59	8.54	111	40	25.7603613	-100.27516
19	357.48	4.4	48	25	25.768081	-100.279863
20	280.79	2.22	37	22	25.7691431	-100.270759
21	585.77	5.38	81	25	25.7690272	-100.279104
22	1148.8	11.6	152	26	25.7693938	-100.278139
23	395.69	4.78	53	12	25.7650529	-100.276671
24	1115.02	11.8	154	36	25.7656341	-100.275302
25	476.84	6.06	63	10	25.7526075	-100.278195
26	204.53	1.62	27	12	25.7503409	-100.275199
27	342.9	3.66	47	29	25.7437524	-100.285487
28	928.67	8.28	128	40	25.7574369	-100.277239
29	253.92	2.32	34	25	25.7583457	-100.285251
30	127.72	1.22	17	7	25.7585203	-100.285865
31	615.96	5.68	76	28	25.7627177	-100.281849
32	815.82	8.66	113	35	25.7588434	-100.283064
33	227.6	2.72	30	30	25.7670275	-100.279394

Clientes	venta \$	Venta kg	Venta Unidades	Tiempo de servicio	Latitud	Longitud
34	240.45	2.38	31	30	25.760855	-100.28202
35	797.39	7.38	105	6	25.7595638	-100.28593
36	149.08	1.58	21	9	25.7626084	-100.284855
37	152.6	1.44	20	2	25.7628714	-100.284189
38	422.16	5.56	56	16	25.7631577	-100.283964
39	131.03	1.12	18	8	25.7636546	-100.283694
40	284.53	3.24	38	8	25.764507	-100.272892
41	254.65	3.14	33	5	25.7626704	-100.285911
42	305.2	3.16	40	8	25.7640031	-100.281082
43	2460.99	23.38	331	10	25.7605755	-100.283129
44	355.08	5.06	51	20	25.7487827	-100.27501
45	731.91	7.16	102	41	25.7480659	-100.27749
46	567.17	7.22	75	21	25.748366	-100.277697
47	140.81	1.18	19	15	25.74843	-100.273276
48	60.2	0.72	8	12	25.7495762	-100.273578
49	279.33	2.44	38	18	25.7460387	-100.281072
50	291.37	6.1	71	29	25.7462628	-100.279246
51	399.19	3.82	63	7	25.7468852	-100.274258
52	199.41	2.3	31	6	25.764488	-100.277278
53	534.45	20.28	206	32	25.7643135	-100.285925
54	326.6	3.28	44	35	25.7616607	-100.28646
55	497.56	5.46	75	43	25.7655321	-100.280022
56	236.33	3.1	35	9	25.7470803	-100.278905
57	189.93	1.86	25	23	25.7541332	-100.278858
58	543.01	6.6	74	33	25.7539089	-100.280327
59	145.5	1.34	19	12	25.7539016	-100.280394
60	181.05	2.42	25	7	25.7613678	-100.288092
61	312.02	2.94	43	20	25.7559792	-100.272383
62	350.46	7.96	80	20	25.7563212	-100.272869
63	200.62	1.8	26	32	25.7565502	-100.271687
64	101.84	3.72	46	11	25.7556686	-100.270662
65	152.6	1.4	20	6	25.7545153	-100.271311
66	257.42	2.52	38	9	25.7560569	-100.285093
67	188.4	2.08	24	4	25.7534172	-100.275654
68	138.26	3.28	54	7	25.7529588	-100.281803
69	188.4	2.56	30	21	25.7529041	-100.27786
70	550.64	11.26	115	37	25.7570367	-100.281092
71	196.25	1.62	25	8	25.7528972	-100.277672
72	69.06	1	10	3	25.7520626	-100.272518
73	111.28	4.76	48	3	25.7520792	-100.272736
74	123.35	1.52	16	8	25.7525741	-100.276733
75	303.1	4.3	43	6	25.7531871	-100.274832
76	219.3	2.9	31	31	25.7538498	-100.275656
77	100.95	0.78	13	9	25.7535152	-100.271424
78	219.92	2.26	29	52	25.7532457	-100.271039
79	183.71	2.14	25	6	25.751664	-100.273213
80	677.97	6.34	99	28	25.7510213	-100.284674
81	505.85	7.12	72	16	25.749956	-100.285314

Clientes	venta \$	Venta kg	Venta Unidades	Tiempo de servicio	Latitud	Longitud
82	369.24	3.6	52	19	25.7500961	-100.284837
83	193.68	1.6	26	8	25.7488012	-100.287927
84	1146.25	14.48	166	42	25.7535146	-100.289362
85	313.59	4.48	74	24	25.7545724	-100.289839
86	431.15	3.6	58	15	25.7531108	-100.287549
87	354.25	3.88	48	14	25.7520468	-100.286065
88	191.28	5.1	59	7	25.7509152	-100.286512
89	1008.05	13.82	205	3	25.7527644	-100.28731
90	324.98	2.84	44	21	25.7528896	-100.286539
91	142.83	1.62	19	7	25.7552993	-100.286793
92	105.14	1.28	14	6	25.7545656	-100.286426
93	160.82	4.72	54	9	25.7502772	-100.297952
94	751.79	18.36	298	41	25.7503807	-100.296714
95	546.44	9.18	105	31	25.7508828	-100.295823
96	94.05	1.5	15	13	25.7494532	-100.295431
97	174.8	1.96	24	37	25.7491662	-100.294326
98	419.85	4.08	56	31	25.7494624	-100.293086
99	312.35	3.02	41	57	25.7496925	-100.29001
100	430.28	4.24	48	12	25.7487654	-100.28972
101	463.99	4.38	63	2	25.7490171	-100.290716
102	282.55	3.22	37	21	25.7487764	-100.291535
103	108.44	1.2	14	3	25.7469225	-100.291376
104	419.28	3.92	56	15	25.7471638	-100.292809
105	179.6	2.36	24	10	25.7482628	-100.294314
106	244.65	2.48	34	14	25.7497523	-100.294542
107	191.24	2.28	26	1	25.7515612	-100.295185
108	141.83	4.78	51	8	25.7514548	-100.295599
109	236.9	1.9	31	8	25.7518271	-100.294141
110	385.65	5.06	51	15	25.7532348	-100.294734
111	598.72	6.58	81	15	25.7557753	-100.295548
112	390.34	4.04	52	52	25.7571868	-100.295285
113	781.16	9.6	122	41	25.7575038	-100.293988
114	210.79	3.78	63	14	25.7552012	-100.29359
115	472.03	8.84	96	34	25.7549463	-100.294547
116	413.42	8.36	94	52	25.7545477	-100.296127
117	386.87	3.68	48	28	25.757374	-100.296256
118	206.34	2.14	33	12	25.7581228	-100.294668
119	142.12	4.24	48	7	25.7591195	-100.293908
120	78.45	0.78	11	9	25.7592755	-100.29396
121	223.45	1.86	29	11	25.7666125	-100.289557
122	142.89	3.1	51	11	25.7664803	-100.29068
123	369.01	3.64	48	16	25.7657514	-100.289659
124	295.4	3.22	39	13	25.7642257	-100.290067
125	487.41	5.26	65	17	25.7638756	-100.289164
126	96.52	1.26	13	12	25.7631199	-100.288468
127	295.94	5.12	72	14	25.7629757	-100.288421

Clientes	venta \$	Venta kg	Venta Unidades	Tiempo de servicio	Latitud	Longitud
128	243.1	2.68	32	15	25.7622503	-100.291391
129	188.35	1.9	25	12	25.7619819	-100.292889
130	85.12	0.76	12	15	25.7615513	-100.290972
131	374.46	3.82	51	50	25.7616611	-100.290519
132	469.37	4.82	61	29	25.7619898	-100.28933
133	453.55	3.7	61	18	25.7588933	-100.288357
134	385.18	5.06	55	19	25.7585654	-100.289871
135	378.71	3.18	53	18	25.7395684	-100.299057
136	285.8	6.5	71	13	25.7414433	-100.29617
137	469.37	4.36	72	33	25.7440417	-100.296049
138	207.55	2.22	27	2	25.7440588	-100.296106
139	439.94	3.56	58	24	25.7448246	-100.297296
140	478.62	4.88	64	13	25.7451354	-100.298336
141	76.3	0.8	10	9	25.7453313	-100.299931
142	595.94	10.48	112	45	25.7402749	-100.298833
143	111.6	1.02	15	13	25.7451571	-100.299499
144	502.88	6.24	70	16	25.7439701	-100.296164
145	272.28	2.26	37	31	25.7414433	-100.29617
146	337.05	3.34	45	20	25.7406553	-100.301441
147	365.48	4.66	49	18	25.7418564	-100.3018
148	337.1	3.6	44	28	25.7637974	-100.296821
149	287.98	5.98	71	20	25.7634226	-100.298577
150	207.16	1.76	28	10	25.7637272	-100.300575
151	380.15	3.34	51	13	25.7642187	-100.300713
152	411.46	7.76	88	14	25.7579937	-100.299712
153	309.18	3.78	41	13	25.7584478	-100.302838
154	307.11	4.44	46	11	25.7615787	-100.300223
155	662.21	5.94	93	23	25.7468964	-100.289829
156	581.71	11.32	172	12	25.7458044	-100.292619
157	389.35	4.3	57	12	25.7467805	-100.295129
158	185.24	2.28	24	19	25.748433	-100.29307
159	94.9	0.9	13	19	25.7471864	-100.291053
160	98.66	0.78	13	9	25.7452343	-100.287265
161	144.36	1.48	20	11	25.7427313	-100.286396
162	99.68	1.1	13	4	25.7429886	-100.28262
163	294.26	10.12	108	26	25.7432544	-100.279111
164	221.18	3	30	9	25.7430392	-100.274447
165	199.22	1.96	26	9	25.7456025	-100.274201
166	378.42	5.14	55	16	25.746122	-100.270397
167	498.32	5.86	65	13	25.7495325	-100.269071
168	244.92	2.46	39	12	25.7485175	-100.269059
169	170.5	1.76	22	13	25.7467104	-100.269086
170	690.89	11.32	156	19	25.7451197	-100.2692
171	231.7	2.92	30	8	25.7422528	-100.270392
172	180.36	2.08	24	6	25.7418914	-100.270506

Clientes	venta \$	Venta kg	Venta Unidades	Tiempo de servicio	Latitud	Longitud
173	383.04	3.86	51	10	25.7469419	-100.262334
174	202.52	1.96	26	14	25.7394019	-100.272338
175	74.8	0.8	12	5	25.7462333	-100.263382
176	863.5	7.44	110	11	25.7439418	-100.265357
177	180.01	2.36	30	11	25.7586696	-100.267125
178	687.89	5.26	79	8	25.7570511	-100.265651
179	306.74	2.5	41	13	25.7572202	-100.269566
180	376.24	7.14	83	8	25.7585875	-100.271723
181	970.95	17.38	203	19	25.7600164	-100.26697
182	52.58	0.54	7	3	25.7596299	-100.267115
183	520.18	5.74	73	13	25.7597386	-100.265549
184	243.54	4.16	42	10	25.7594284	-100.267017
185	212.69	2.54	29	7	25.7547685	-100.267267
186	221.98	2.54	29	7	25.7535775	-100.267302
187	1016.2	9.4	142	16	25.7536475	-100.268131
188	170.06	1.78	23	5	25.759984	-100.268466
189	179.49	1.52	24	8	25.759984	-100.268466
190	277.59	6.34	73	10	25.7609575	-100.26727
191	1135.28	15.06	213	24	25.7618754	-100.267527
192	503.94	4.26	69	11	25.7651196	-100.267031
193	518.2	8.82	103	12	25.7657597	-100.26691
194	320.5	2.86	43	9	25.7659623	-100.266513
195	578.51	4.16	60	13	25.7636289	-100.265746
196	116.93	1.08	16	5	25.7637424	-100.265234
197	282.77	5.18	69	11	25.7642062	-100.264689
198	360.62	3.12	50	11	25.7659817	-100.263973
199	145.94	1.92	20	6	25.7668319	-100.26397
200	163.32	1.78	21	9	25.7660882	-100.264071
201	152.6	1.52	20	1	25.7669694	-100.265064
202	917.89	11.38	127	24	25.7675938	-100.262787
203	309.57	2.54	41	7	25.7692888	-100.263696
204	109.04	0.96	16	6	25.7689645	-100.263054
205	235.03	2.34	33	7	25.7685811	-100.262728
206	412.57	5.1	55	16	25.7689734	-100.262256
207	418.53	3.64	56	13	25.7677138	-100.261534
208	301.35	3.96	40	10	25.7674869	-100.261622
209	885.01	9.98	155	20	25.7673735	-100.261575
210	211.13	2.18	29	9	25.7657305	-100.261718
211	89.3	0.92	12	3	25.7648524	-100.261917
212	968.13	15.62	157	22	25.764896	-100.261855
213	205.12	2.44	28	8	25.7641266	-100.26215
214	102.74	1.4	14	6	25.7639196	-100.262147
215	119.26	1.34	17	6	25.7631916	-100.262352
216	425.62	8.88	98	15	25.7630841	-100.260887
217	228.7	7.4	100	10	25.7650739	-100.260478

Clientes	venta \$	Venta kg	Venta Unidades	Tiempo de servicio	Latitud	Longitud
218	567.19	6.3	77	12	25.764932	-100.260618
219	155.61	3.58	53	6	25.7654497	-100.260443
220	300.54	7.78	103	9	25.7669996	-100.260379
221	281.85	4	40	9	25.7651364	-100.257632
222	235	2.7	31	51	25.7622522	-100.257882
223	119.82	1.48	16	18	25.7623502	-100.257874
224	389.04	8.3	89	16	25.7626888	-100.258242
225	288.35	3.24	38	10	25.7627686	-100.259211
226	396.07	5.22	53	15	25.7611766	-100.254793
227	321.12	6.16	78	15	25.7611162	-100.25573
228	260.75	5.86	73	16	25.7603176	-100.254927
229	151.29	1.34	21	7	25.7595605	-100.255388
230	197	4.74	59	8	25.7589259	-100.257614
231	608.45	6.42	83	20	25.7583844	-100.259055
232	635.11	9.04	96	25	25.7584333	-100.259881
233	475.83	11.06	127	12	25.7584117	-100.26003
234	291.79	6.24	72	9	25.7577829	-100.260446
235	119.3	0.96	16	4	25.75714	-100.26087
236	415.06	3.88	60	12	25.7575487	-100.260867
237	743.5	10.08	132	22	25.757913	-100.261522
238	146.44	1.52	20	7	25.7582064	-100.261618
239	100.32	2.9	43	5	25.7577913	-100.263784
240	244.48	8.78	99	8	25.7574238	-100.264005
241	146.68	1.48	20	6	25.7487066	-100.254543
242	188.87	1.66	25	6	25.7558412	-100.260401
243	927.18	11	158	18	25.7557653	-100.257366
244	51.15	0.5	7	4	25.7576534	-100.255366
245	126.82	1.58	17	7	25.7576534	-100.257366
246	175.72	2.26	23	7	25.7606534	-100.259366
247	185.21	1.7	25	11	25.7593539	-100.25984
248	118.5	1.5	19	9	25.7519354	-100.25784
249	382.53	3.6	54	11	25.7597114	-100.259033
250	118.07	1.2	16	7	25.7510228	-100.259739
251	424.55	4.1	57	34	25.7500078	-100.259483
252	468.84	5.78	63	21	25.7540284	-100.249316
253	104.56	1.36	14	5	25.7545992	-100.257641
254	284.72	3.38	39	6	25.7527719	-100.25588
255	494.79	4.86	65	10	25.7538531	-100.255947
256	1725.58	20.4	232	32	25.7673962	-100.254631
257	45.48	0.56	8	12	25.766859	-100.255248
258	113.02	1.4	16	5	25.7660694	-100.255059
259	375.52	4.34	55	13	25.7656891	-100.255298
260	261.4	3.08	36	11	25.7646578	-100.255294
261	342.12	2.84	30	19	25.7670067	-100.252745
262	547.53	4.9	81	18	25.7655921	-100.253853
263	143.63	1.26	21	13	25.765616	-100.25411
264	491.78	7.4	102	9	25.7663591	-100.25818
265	476.09	8.1	95	17	25.7681095	-100.260197

Clientes	venta \$	Venta kg	Venta Unidades	Tiempo de servicio	Latitud	Longitud
266	199.62	2.18	29	5	25.7697223	-100.261238
267	124.03	1.56	18	4	25.77119	-100.260593
268	146.19	3.9	55	7	25.7711365	-100.253701
269	85.56	1.36	14	12	25.7701409	-100.253917
270	169.78	1.6	22	6	25.7689244	-100.253741
271	283.34	2.86	37	6	25.7685096	-100.250937
272	84.9	0.86	11	3	25.7681827	-100.250947
273	192.23	1.78	29	7	25.7665	-100.251184
274	439.6	4.44	56	10	25.7658594	-100.251052
275	439.6	5.08	56	6	25.7650025	-100.249736
276	439.6	5.08	56	2	25.7656928	-100.249234
277	187.69	2.18	25	5	25.7659148	-100.249153
278	114.45	1.18	15	2	25.7662473	-100.249038
279	379.59	3.6	50	2	25.766313	-100.248877
280	58.78	0.6	8	18	25.7663713	-100.247603
281	51.15	0.54	7	21	25.7661695	-100.24623
282	58.78	0.6	8	10	25.7664917	-100.246267
283	66.41	0.9	9	7	25.7672709	-100.247746
284	51.15	0.7	7	14	25.7677622	-100.247949
285	439.6	3.72	56	12	25.767447	-100.246055
286	397.93	3.34	53	7	25.7664699	-100.244929
287	80.03	1.02	11	4	25.7663974	-100.244942
288	188.66	1.88	26	11	25.7656312	-100.245057
289	1148.78	14.08	156	24	25.7656463	-100.245534
290	50.28	0.42	7	1	25.763824	-100.249815
CEDIS					25.7163612	-100.285763

Bibliografía

- [1] S. W. Hess, J. B. Weaver, H. J. Siegfeldt, J. N. Whelan, P. A. Zitlau, 1965. Nonpartisan political redistricting by computer. *Operations Research* (13) 6:998-1006.
- [2] F. Caro, T. Shirabe, M. Guignard, A. Weintraub, 2004. School redistricting: embedding GIS tools with integer programming. *Operations Research* 55:836-849.
- [3] D. S. Lemberg, R. L. Church, 2000. The school boundary stability problem over time. *Socio-Economic Planning Sciences* 34:159-176.
- [4] K. Haase, S. Müller, 2013. Management of school locations allowing for free school choice. *Omega* 41:847-855.
- [5] J. A. Ferland, G. Guenette, 1990. Decision support system for the school districting problem. *Operations Research* (38) 1:15-21.
- [6] M. A. Salazar-Aguilar, R. Z. Ríos-Mercado, J. L. González-Velarde, 2011. A bi-objective programming model for designing compact and balanced territories in commercial districting. *Transportation Research Part C* 19:885-895.
- [7] R. Z. Ríos-Mercado, J. F. López-Pérez, 2013. Commercial territory design planning with realignment and disjoint assignment requirements. *Omega* 41:525-535.
- [8] M. Camacho-Collados, F. Liberatore, J. M. Angulo, 2015. A multi-criteria police districting problem for the efficient and effective design of patrol sector. *European Journal of Operations Research* 246:674-684.
- [9] L. Brotcorne, G. Laporte, F. Semet, 2003. Ambulance location and relocation models. *European Journal of Operations Research* 147:451-463.
- [10] A. P. Iannoni, R. Morabito, C. Saydam, 2009. An optimization approach for ambulance location and the districting of the response segments on highways. *European Journal of Operations Research* 195:528-542.
- [11] E. Benzarti, E. Sahin, Y. Dallery, 2013. Operations management applied to home care services: analysis of the districting problem. *Decision Support Systems* 55:587-598.

- [12] M. Blais, S. D. Lapierre, G. Laporte, 2003. Solving a home care districting problem in an urban setting. *Operations Research* (54) 11:1141-1147
- [13] F. Tavares-Pereira, J.R. Figueira, V. Mousseau, R. Bernard, 2007. Multiple criteria districting problems. the public transportation network pricing system of the Paris region. *Annals of Operations Research* (154) 1:69-92.
- [14] R. Z. Ríos-Mercado, E. Fernández, 2009. A reactive GRASP for a commercial territory design problem with multiple balancing requirements. *Computers Operations Research* 36:755-776.
- [15] A. Drexl, K. Haase, 1999. Fast approximation methods for sales force deployment. *Management Science* (45) 10: 1307-1323.
- [16] J. Kalcsics, S. Nickel, M. Schröder, 2009. A generic geometric approach to territory design and districting. *Fraunhofer ITWM* 1-32.
- [17] G. García-Ayala, J. L. González-Velarde, R. Z. Ríos-Mercado, E. Fernández, 2016. Novel model for arc territory design promoting eulerian districts. *International Transactions in Operational Research* 23:433-458.
- [18] R. Bowerman, B. Hall, P. Calamai, 1995. A multi-objective optimization approach to urban school bus routing: Formulation and solution method. *Transportation Research Part A: Policy and Practice* (29A) 2:107-123.
- [19] F. Ricca, B. Simeone, 2008. Local search algorithms for political districting. *European Journal of Operational Research* 189:1409-1426.
- [20] B. Huang, N. Liu, 2004. Bilevel programming approach to optimizing a logistic distribution network with balancing requirements. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board* 1894:188-197.
- [21] F. Angel-Bello, I. Martínez-Salazar, A. Álvarez, 2013. Minimizing waiting times in a route design problem with multiple use of a single vehicle. *Electronic Notes in Discrete Mathematics* 41:269-276.
- [22] J. Bracken, J. T. McGill, 1973. Mathematical programs with optimization problems in the constraints. *Operations Research* (21) 1:37-44.
- [23] R. G. Jerowslow, 1985. The polynomial hierarchy and a simple model for the competitive analysis. *Mathematical Programming* 32:146-164.
- [24] P. Hansen, B. Jaumard, G. Savard, 1992. New branch-and-bound rules for linear bilevel programming. *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing* (13) 5:1194-1217.

- [25] V. V. Kalashnikov, S. Dempe, G. A. Pérez-Valdés, N. I. Kalashnykova , J. F. Camacho-Vallejo, 2015. Bilevel programming and applications. *Mathematical Problems in Engineering* 1-16.
- [26] L.N. Vicent, P. H. Calamai, 1994. Bi-level and multilevel programming: a bibliography review. *Journal of Global Optimization* 5:291-306.
- [27] B. Colson, P. Marcotte, G. Savard, 2007. An overview of bilevel optimization. *Annals of Operations Research* 153:235-256.
- [28] U.P. Wen, S. T. Hsu, 1991. Linear bi-level programming problems:a review. *Operations Research* (42) 2:125-133.
- [29] S. W. Hess, S. A. Samuels, 1971. Experiences with a sales districting Model: criteria and Implementation. *Management Science* (18) 4:41-54
- [30] R. J. Richardson, 1979. A territory realignment model—MAPS. *New Orleans ORSA/TIMS Meeting*
- [31] A. A. Zolters, 1979. A Unified Approach to sales territory alignment. *New Developments from Behavioral and Decision Model Research* 1:360-376.
- [32] C. Sabo, M Kumar, K Cohen, 2012. VRP with minimum delivery latency using linear programming. *American Institute of Aeronautics and Astronautics*
- [33] M. Caramia y R. Mari, 2016. A decomposition approach to solve a bilevel capacitated facility location problem with equity constraints. *Optimization Letters* (10) 5:997-1019
- [34] R. G. González, 2006. District design for a parcel delivery and pick up problem. *PhD Thesis. Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. Monterrey, Nuevo León.*