UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
OPE – ORGANIZACIÓN DE LA PRODUCCIÓN Y DE EMPRESA (ASPECTOS TÉCNICOS, JURÍDICOS Y ECONÓMICOS EN PRODUCCIÓN)

Car Sequencing Problem con flotas de vehículos especiales. Presentación

Joaquín Bautista · Manuel Chica · Ignacio Moya
(IOC-ETSEIB UPC, DCS-IN3 UOC, DECSAI-CITIC UGR)

OPE-PROTHIUS · OPE-WP.2016/03 (20161010)
(Documento científico-técnico: 20161010)

PROTHIUS
Càtedra Organització Industrial
http://futur.upc.edu/OPE
http://www.prothius.com

Car Sequencing Problem con flotas de vehículos especiales. Presentación

Joaquín Bautista [a*], Manuel Chica [b], Ignacio Moya [c]

[a] IOC and ETSEIB, Universitat Politècnica de Catalunya, 08028 Barcelona, Spain
[b] DCS - IN3, Open University of Catalonia, 08018 Barcelona, Spain
[c] DECSAI and CITIC-UGR, University of Granada, 18071 Granada, Spain

Resumen

Partiendo del *Car Sequencing Problem* (CSP), introducimos el concepto demanda parcial incierta a través de la incorporación de *Flotas* de vehículos especiales en un plan de demanda. Tras resaltar las peculiaridades de una Flota y establecer las hipótesis de trabajo, proponemos un modelo de programación lineal entera mixta orientado a satisfacer el máximo número de restricciones CSP. Posteriormente, introducimos el concepto multi-secuencia de producción y proponemos funciones para medir su robustez. La versión robusta del CSP considera un conjunto de escenarios de la demanda para las *Flotas* y presenta funciones que miden el exceso sobre el requerimiento estándar de las opciones del CSP en planes de demanda, opciones concretas y ciclos de fabricación. Dichas funciones pueden emplearse como función objetivo en problemas de optimización y como métricas ante una muli-secuencia de producción concreta.

Palabras clave: Líneas de montaje, Secuenciación, Car Sequencing Problem, Flotas de vehículos, Optimización Robusta, Mix de Producción, Demanda incierta.

1. Introducción

Las líneas de montaje de modelos mixtos están capacitadas para fabricar variantes de un producto (SUVs, 4x4, furgonetas, etc.) con diversas opciones (bastidor largo, techo solar, ventana ciega, etc.), sin necesitar cambios sustanciales en las estaciones de trabajo y con unos tiempos de preparación despreciables frente al ciclo de fabricación.

En este tipo de líneas, aparecen los problemas de secuenciación de productos [1], orientados a establecer un orden de fabricación de los modelos en función de uno o más criterios, un plan de demanda y un tiempo para ejecutarlo.

Los objetivos tenidos en cuenta en la secuenciación responden a preocupaciones de carácter productivo [2], como son: (o.1) completar el máximo número de vehículos en el tiempo establecido [3]; (o.2) maximizar la satisfacción de un conjunto de restricciones relacionadas con los componentes críticos de los vehículos o con las opciones estándares recogidas en el catálogo de modelos [4]; y (o.3) regularizar la producción con el propósito de reducir al mínimo los niveles máximos de stock de los componentes [5].

Entre los problemas de secuenciación que atienden al objetivo (o.2), se encuentra el CSP (Car Sequencing Problem), cuya versión genuina [6] consiste en establecer una secuencia $\pi(T)$ de T vehículos de distinto tipo en función de sus elementos opcionales. La naturaleza

[*] *Email addresses*: joaquin.bautista@upc.edu (J Bautista), mchicas@uoc.edu (M Chica), imoya@correo.ugr.es (I Moya)

del problema es altamente combinatoria ([7],[8]), por lo que su resolución ha sido orientada tradicionalmente al uso de metaheurísticas (vgr. [9], [10], [11], [12], [13]).

En el CSP, los vehículos están clasificados en un conjunto I, de los cuales d_i son del tipo i ($\forall i \in I$). Obviamente, la secuencia $\pi(T)$ debe construirse en armonía con un plan de demanda de vehículos que simbolizaremos mediante el vector $\vec{d} = \left(d_1, \dots, d_{|I|}\right)$, cumpliéndose: $D \equiv T = \sum_{\forall i} d_i$.

La tipología de estos vehículos es función de la presencia o no de elementos opcionales -clasificados en un conjunto J-. Así, un vehículo tipo i ($i = 1, .., |I|$) puede contener o no la opción j ($j = 1, .., |J|$); esto se refleja mediante los parámetros $n_{j,i}$ que adoptan el valor 1 si la opción $j \in J$ está presente en el vehículo tipo $i \in I$ y el valor 0 en caso contrario.

Dichos elementos opcionales son los protagonistas del problema, ya que su requerimiento por parte de un grupo de vehículos lanzados consecutivamente a línea de producción está limitado. Estas limitaciones se pueden representar a través de los ratios p_j/q_j ($\forall j \in J$) que simbolizan: dada la opción $j \in J$, su requerimiento por parte de los vehículos contenidos en cualquier segmento de la secuencia $\pi(T)$ con una longitud q_j (i.e.- todo segmento con q_j ciclos de producción consecutivos) debe ser menor o igual al valor p_j; coloquialmente diremos: como máximo la opción $j \in J$ estará presente p_j veces en cada q_j ciclos.

En estas condiciones el CSP original consiste en hallar una secuencia $\pi(T)$ que satisfaga todas las restricciones sobre los requerimientos de los elementos opcionales. Si lo anterior no es posible, el objetivo del problema es conseguir que la secuencia $\pi(T)$ satisfaga el mayor número de dichas restricciones.

El resto de este texto lo hemos estructurado como sigue. En el apartado 2 presentamos el nuevo problema incorporando flotas de vehículos especiales y robustez al CSP original, describiendo algunas peculiaridades de dichas flotas. En el apartado 3 enunciamos las hipótesis de trabajo para el problema, presentamos una nomenclatura, proponemos un modelo básico de optimización basado en la programación lineal entera mixta (MILP) e introducimos el concepto multi-secuencia como resultado de la explotación del modelo propuesto. En el apartado 4 ofrecemos diversas métricas para evaluar la no-robustez y la robustez de una multi-secuencia de vehículos. En el apartado 5 recogemos las variantes elementales sobre el modelo r-CSP básico (*robust*-CSP): proponemos funciones mono-objetivo basadas la ponderación del exceso de requerimiento de elementos opcionales y en métricas de la robustez de una multi-secuencia de fabricación, y también planteamos funciones para abordar la optimización multi-objetivo en el problema. Finalmente, en el apartado 6 hacemos una síntesis y algunas consideraciones sobre este trabajo.

2. CSP con flotas de vehículos especiales

Las grandes compañías de automoción disponen de líneas de fabricación y montaje capaces de asumir en sus programas de producción la inserción de vehículos no regulares o fuera de catálogo.

Estos vehículos especiales, a los que aquí llamaremos *flotas*, se distinguen de los comunes o regulares por diversas causas, presentando algunas peculiaridades:

a. Son vehículos con demanda bajo pedido contratado y no forman parte de las previsiones de venta elaboradas por el departamento Comercial.
b. Su destino es variado y, normalmente, corresponde a organizaciones orientadas al Servicio Público: ambulancias, vehículos escolta destinados a Defensa, patrullas de las Fuerzas Armadas, patrullas de bomberos, patrullas de policía local o estatal, patrullas de guardias forestales, etc.
c. Estas flotas requieren componentes no comunes que, al incorporarlos a los vehículos en la línea de producción, generan operaciones adicionales que requieren tiempos de proceso mayores que los estándares sobre las operaciones estándares.
d. Los componentes no comunes de los vehículos especiales dependen además del tipo de flota (ambulancia, coche patrulla de policía, guardia forestal, etc.). Por tanto, la incorporación de un tipo de vehículo especial u otro al programa de producción diario marcará diferencias en el consumo de componentes, en el requerimiento de herramientas y equipos, en las cargas de trabajo, y en los suministros a línea.
e. Lógicamente, la inclusión de los vehículos especiales en los programas de producción corrientes estará limitada por un número o por una proporción de aquellos sobre el total. Comúnmente dicha proporción oscila entre el 10% y el 20% de la producción diaria de vehículos.
f. Para facilitar la gestión de la producción, la fabricación global diaria de vehículos especiales se fija a un valor constante; no obstante, la producción parcial de cada tipo de flota puede variar de un día a otro. Por su parte, los vehículos comunes no sufren alteración de su demanda durante días; de hecho, su demanda diaria es estable y regular y está orientada a satisfacer el plan de demanda semanal que también suele ser regular en el horizonte de un mes.
g. La posible variabilidad de la demanda diaria de las flotas de vehículos especiales genera incertidumbre a la hora de fijar el programa de producción y, por inducción, la secuencia de fabricación de vehículos estará sujeta a la incertidumbre. Evidentemente, no es posible establecer una secuencia de fabricación si no se conocen los elementos que la componen.
h. Una alternativa para tratar la variabilidad de la demanda en las flotas de vehículos especiales es recurrir al planteo de diversos escenarios para la demanda. Estos escenarios deben ser realistas y deben estar en sintonía con la capacidad productiva y el histórico de la planta de fabricación.

Formalmente agruparemos los escenarios de la demanda en un conjunto E de elementos $\varepsilon \in$ E. Para definir el escenario $\varepsilon \in$ E usaremos el *vector demanda* $\overrightarrow{d_\varepsilon} = \left(d_{1\varepsilon}, \dots, d_{|I|\varepsilon}\right)$ y el *vector mix de producción* $\overrightarrow{\lambda_\varepsilon} = \left(\lambda_{1\varepsilon}, \dots, \lambda_{|I|\varepsilon}\right)$, donde $d_{i\varepsilon}$ y $\lambda_{i\varepsilon}$ son respectivamente el número de vehículos $i \in I$ y su proporción en el plan $\varepsilon \in$ E. Por razones de coherencia se deberá cumplir: $\overrightarrow{\lambda_\varepsilon} = \overrightarrow{d_\varepsilon}/D_\varepsilon$ y $D_\varepsilon = \sum_{i \in I} d_{i\varepsilon}$.

Nótese que el CSP ordinario consiste en hallar una secuencia $\pi(T)$ que satisfaga el mayor número de restricciones sobre los requerimientos de los elementos opcionales, mientras que el CSP con flotas de vehículos especiales, al que llamaremos aquí r-CSP, consistirá en hallar un conjunto de secuencias $\pi_\varepsilon(T)$, una para cada plan $\varepsilon \in$ E, que satisfagan el mayor número de dichas restricciones y, además, que tales secuencias se parezcan lo máximo posible entre ellas.

3. Modelo CSP básico con flotas de vehículos especiales

HIPÓTESIS:

1. Se dispone de dos familias de vehículos: (i) la familia de vehículos comunes o regulares, representada por el conjunto de tipos I_X, y (ii) la familia de flotas de vehículos especiales, representada por el conjunto de tipos $I_{X'}$.
2. El número total de vehículos regulares D_X, correspondiente a una jornada de trabajo, es idéntico para todos los planes de demanda $\varepsilon \in \mathrm{E}$.
3. El número total de vehículos de flotas especiales $D_{X'}$, correspondiente a una jornada de trabajo, es idéntico para todos los planes de demanda $\varepsilon \in \mathrm{E}$.
4. Consecuentemente, el número total de vehículos T $(T \equiv D = D_X + D_{X'})$ que corresponde a una jornada de trabajo, es idéntico para todos los planes de demanda $\varepsilon \in \mathrm{E}$.
5. La demanda de un vehículo regular $i \in I_X$, correspondiente a una jornada de trabajo, es idéntica para todos los planes de demanda $\varepsilon \in \mathrm{E}$. Esto es: Si $i \in I_X$, entonces se cumple: $d_{i,\varepsilon} = d_i \;\; \forall \varepsilon \in \mathrm{E}$.
6. La demanda de un vehículo de flota especial $i \in I_{X'}$, correspondiente a una jornada de trabajo, puede ser distinta para dos planes de demanda distintos $\{\varepsilon, \varepsilon'\} \subseteq \mathrm{E}$.
7. Con el propósito de hacer el mínimo número de cambios en la línea de producción (vg.- robots, instrumental, herramientas, estanterías, personal, etc.), se procurará que las secuencias de fabricación $\pi_\varepsilon(T)$ y $\pi_{\varepsilon'}(T)$ sean lo más parecidas posible para todo par de planes $\{\varepsilon, \varepsilon'\} \subseteq \mathrm{E}$. Simbólicamente, escribimos: $\pi_\varepsilon(T) \approx \pi_{\varepsilon'}(T) \; \forall\{\varepsilon, \varepsilon'\} \subseteq \mathrm{E}$.
8. Como corolario inmediato de la anterior hipótesis, se forzará a que todos los vehículos regulares ocupen uno por uno y tipo por tipo las mismas posiciones en todas las secuencias $\pi_\varepsilon(T)(\forall \varepsilon \in \mathrm{E})$.

NOMENCLATURA · PARÁMETROS:

I_X	Conjunto de tipos de vehículos regulares o estándares $(i = 1,..,\lvert I_X \rvert)$.
$I_{X'}$	Conjunto de tipos de vehículos especiales (flotas) $(i = \lvert I_X\rvert + 1,..,\lvert I_X\rvert + \lvert I_{X'}\rvert)$.
I	Conjunto de tipos de vehículos: $I = I_X \cup I_{X'}$ $(i = 1,..,\lvert I\rvert)$.
J	Conjunto de partes componentes o elementos opcionales $(J{:}\, j = 1,..,\lvert J\rvert)$.
E	Conjunto de escenarios o planes de demanda $(\mathrm{E}{:}\, \varepsilon = 1,..,\lvert\mathrm{E}\rvert)$.
$\vec{d}_\varepsilon, D$	Vector de demanda del plan $\varepsilon \in \mathrm{E}$: $\vec{d}_\varepsilon = (d_{1,\varepsilon}, \dots, d_{\lvert I\rvert,\varepsilon})$ y demanda total de vehículos en una jornada: $D \equiv T = \sum_{\forall i} d_{i,\varepsilon}$, idéntica en todos los planes $\varepsilon \in \mathrm{E}$.
$\vec{\lambda}_\varepsilon$	Vector mix de producción del plan $\varepsilon \in \mathrm{E}$: $\vec{\lambda}_\varepsilon = (\lambda_{1,\varepsilon}, \dots, \lambda_{\lvert I\rvert,\varepsilon})$: $\vec{\lambda}_\varepsilon = \vec{d}_\varepsilon / D$
$n_{j,i}$	Parámetro binario que adopta el valor 1 si el elemento opcional $j \in J$ está presente en el vehículo tipo $i \in I$ y el valor 0 en caso contrario.

p_j/q_j Ratios CSP que simbolizan: El requerimiento de la opción $j \in J$, por parte de los vehículos contenidos en cualquier segmento de las secuencias $\pi_\varepsilon(T) (\forall \varepsilon \in \mathrm{E})$ con una longitud q_j, debe ser menor o igual al valor p_j

$c_{j,t,\varepsilon}$ Coste o peso imputado al segmento de ciclos consecutivos $\left[t - q_j + 1, t\right]$ de la secuencia $\pi_\varepsilon(T)$, vinculada al plan de demanda $\varepsilon \in \mathrm{E}$, cuando el requerimiento de la opción $j \in J$ es mayor que p_j en dicho segmento. Aquí, en el modelo básico supondremos todos los costes unitarios: $c_{j,t,\varepsilon} = 1$ ($\forall j \in J, \forall t \in \left[q_j, T\right], \forall \varepsilon \in \mathrm{E}$).

NOMENCLATURA · VARIABLES:

$\pi_\varepsilon(T)$ Secuencia completa de vehículos $\pi_\varepsilon(T) = (\pi_{1,\varepsilon}, \dots, \pi_{T,\varepsilon})$ del plan $\varepsilon \in \mathrm{E}$. Las secuencias parciales de $\pi_\varepsilon(T)$ las notaremos así: $\pi_\varepsilon(t) = \left(\pi_{1,\varepsilon}, \dots, \pi_{t,\varepsilon}\right) \subseteq \pi_\varepsilon(T)$, $\forall t \in [1, T]$. Usaremos también los símbolos $\pi_\varepsilon(t)$ y $\pi_\varepsilon(T)$ como parámetros.

$x_{i,t}$ Variable binaria que adopta el valor 1 si una unidad de vehículo regular $i \in I_X$ se asigna a la posición t $(t = 1, .., T)$ de las secuencias $\pi_\varepsilon(T)$ de los planes $\varepsilon \in \mathrm{E}$, y vale 0 en caso contrario.

$x'_{i,t,\varepsilon}$ Variable binaria que adopta el valor 1 si una unidad de vehículo especial $i \in I_{X'}$ se asigna a la posición t $(t = 1, .., T)$ de la secuencia $\pi_\varepsilon(T)$ del plan $\varepsilon \in \mathrm{E}$, y vale 0 en caso contrario.

$X_{i,t}$ Número de unidades de vehículo regular tipo $i \in I_X$ contenidas en todas las secuencias parciales $\pi_\varepsilon(t) \subseteq \pi_\varepsilon(T)$ de todos los planes $\varepsilon \in \mathrm{E}$. Su cálculo se realiza así: $X_{i,t} = \sum_{\tau=1}^{t} x_{i,\tau}$ $\forall i \in I_X, \forall t \in [1, T]$

$X'_{i,t,\varepsilon}$ Número de unidades de vehículo especial tipo $i \in I_{X'}$ contenidas en la secuencia parcial $\pi_\varepsilon(t) \subseteq \pi_\varepsilon(T)$ del plan $\varepsilon \in \mathrm{E}$. Su cálculo se realiza así: $X'_{i,t,\varepsilon} = \sum_{\tau=1}^{t} x'_{i,\tau,\varepsilon}$ $\forall i \in I_{X'}, \forall t \in [1, T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E}$

$Y_{j,t,\varepsilon}$ Número de veces que la opción $j \in J$ es requerida por los vehículos regulares y especiales contenidos en la secuencia parcial $\pi_\varepsilon(t) \subseteq \pi_\varepsilon(T)$ del plan $\varepsilon \in \mathrm{E}$. Se calcula así: $Y_{j,t,\varepsilon} = \sum_{i \in I_X} n_{j,i} X_{i,t} + \sum_{i \in I_{X'}} n_{j,i} X'_{i,t,\varepsilon}$ $\forall j \in J, \forall t \in [1, T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E}$. Por convenio, haremos: $Y_{j,0,\varepsilon} = 0$ $\forall j \in J, \forall \varepsilon \in \mathrm{E}$

$z_{j,t,\varepsilon}$ Variable binaria que adopta el valor 1 si el requerimiento de la opción j es mayor que el valor p_j en el segmento $\left[t - q_j + 1, t\right]$ de la secuencia $\pi_\varepsilon(T)$, y vale 0 en caso contrario ($\forall j \in J, \forall t \in \left[q_j, T\right], \forall \varepsilon \in \mathrm{E}$). Por conveniencia, los símbolos $z_{j,t,\varepsilon}$ se usarán también como parámetros cuando la secuencia $\pi_\varepsilon(T)$ sea conocida.

FORMULACIÓN · MODELO r-CSP básico:

$$\min Z = \sum_{j \in J} \sum_{t \in \left[q_j, T\right]} \sum_{\varepsilon \in \mathrm{E}} z_{j,t,\varepsilon} \Leftrightarrow \max Z' = \sum_{j \in J} \sum_{t \in \left[q_j, T\right]} \sum_{\varepsilon \in \mathrm{E}} \left(1 - z_{j,t,\varepsilon}\right) \tag{1}$$

Sujeto a:

$$\sum_{i \in I_X} x_{i,t} + \sum_{i \in I_{X'}} x'_{i,t,\varepsilon} = 1 \quad \forall t \in [1, T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E} \tag{2}$$

$$\sum_{t\in[1,T]} x_{i,t} = d_i \quad \forall i \in I_X \tag{3}$$

$$\sum_{t\in[1,T]} x'_{i,t,\varepsilon} = d_{i,\varepsilon} \quad \forall i \in I_{X'}, \forall \varepsilon \in \mathrm{E} \tag{4}$$

$$X_{i,t} - \sum_{\tau\in[1,t]} x_{i,\tau} = 0 \quad \forall i \in I_X, \forall t \in [1,T] \tag{5}$$

$$X'_{i,t,\varepsilon} - \sum_{\tau\in[1,t]} x'_{i,\tau,\varepsilon} = 0 \quad \forall i \in I_{X'}, \forall t \in [1,T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E} \tag{6}$$

$$Y_{j,t,\varepsilon} - \sum_{i\in I_X} n_{j,i} X_{i,t} - \sum_{i\in I_{X'}} n_{j,i} X'_{i,t,\varepsilon} = 0 \quad \forall j \in J, \forall t \in [1,T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E} \tag{7}$$

$$Y_{j,t,\varepsilon} - Y_{j,t-q_j,\varepsilon} \leq p_j + T \cdot z_{j,t,\varepsilon} \quad \forall j \in J, \forall t \in [q_j, T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E} \tag{8}$$

$$x_{i,t} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I_X, \forall t \in [1,T] \tag{9}$$

$$x'_{i,t,\varepsilon} \in \{0,1\} \quad \forall i \in I_{X'}, \forall t \in [1,T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E} \tag{10}$$

$$z_{j,t,\varepsilon} \in \{0,1\} \quad \forall j \in J, \forall t \in [q_j, T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E} \tag{11}$$

$$Y_{j,0,\varepsilon} = 0 \quad \forall j \in J, \forall \varepsilon \in \mathrm{E} \tag{12}$$

En el modelo r-CSP básico, la función objetivo (1) representa la minimización del número de violaciones de las restricciones que limitan los requerimientos de toda opción $j \in J$ a los valores máximos p_j $\forall j \in J$, para cada plan de demanda $\varepsilon \in \mathrm{E}$ y para cada intervalo de ciclos productivos consecutivos de longitud q_j $(\forall j \in J)$. Las igualdades (2) imponen el lanzamiento a línea de un vehículo (regular o especial) y solo uno en cada ciclo de fabricación $t \in [1,T]$ y en todo plan de demanda $\varepsilon \in \mathrm{E}$. Las igualdades (3) y (4) obligan respectivamente a satisfacer todos los planes de demanda para los vehículos regulares (I_X) y los especiales $(I_{X'})$. Las igualdades (5) sirven para contar el número de los vehículos regulares $i \in I_X$ lanzados a línea hasta el ciclo de fabricación $t \in [1,T]$ en cualquier plan de demanda $\varepsilon \in \mathrm{E}$. Por su parte, las igualdades (6), análogas a las (5), se refieren a los de vehículos especiales $I_{X'}$ teniendo en cuenta cada plan $\varepsilon \in \mathrm{E}$. Las igualdades (7) cuentan el número de veces que la opción $j \in J$ es requerida por los vehículos lanzados consecutivamente a línea hasta cualquier ciclo de fabricación $t \in [1,T]$ en todo plan de demanda $\varepsilon \in \mathrm{E}$. Las restricciones (8) determinan si se viola o no la restricción de requerimiento de toda opción $j \in J$, en todo segmento, con una longitud q_j $(\forall j \in J)$, de la secuencia $\pi_\varepsilon(T)(\forall \varepsilon \in \mathrm{E})$. Las condiciones (9), (10) y (11) definen respectivamente como binarias las variables $x_{i,t}$, $x'_{i,t,\varepsilon}$ y $z_{j,t,\varepsilon}$. Finalmente, las igualdades (12) establecen, por convenio, como nulas las variables de requerimiento $Y_{j,0,\varepsilon}$ $(\forall j \in J, \forall \varepsilon \in \mathrm{E})$ en el ciclo de producción ficticio t=0.

La explotación del modelo r-CSP permite hallar una multi-secuencia $\vec{\pi}(\mathrm{E},T)$, compuesta por las secuencias $\pi_\varepsilon(T) = (\pi_{1,\varepsilon}, \dots, \pi_{T,\varepsilon})$ de cada plan de demanda $\varepsilon \in \mathrm{E}$. Esto es:

$$\vec{\pi}(\mathrm{E},T) = \begin{Bmatrix} \pi_1(T) \\ \pi_2(T) \\ \cdot\cdot \\ \pi_\varepsilon(T) \\ \cdot\cdot \\ \pi_{|\mathrm{E}|}(T) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (\pi_{1,1}, \dots, \pi_{t,1}, \dots, \pi_{T,1}) \\ (\pi_{1,2}, \dots, \pi_{t,2}, \dots . \pi_{T,2}) \\ \cdots \\ (\pi_{1,\varepsilon}, \dots, \pi_{t,\varepsilon}, \dots, \pi_{T,\varepsilon}) \\ \cdots \\ (\pi_{1,|\mathrm{E}|}, \dots, \pi_{t,|\mathrm{E}|}, \dots, \pi_{T,|\mathrm{E}|}) \end{Bmatrix} \tag{13}$$

El vínculo entre los tipos vehículos $i \in I$ y los elementos $\pi_{t,\varepsilon}$ $(\forall t \in [1,T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E})$ de la multi-secuencia $\vec{\pi}(\mathrm{E},T)$, se establece a través de los valores que adoptan las variables binarias $x_{i,t}$ $(\forall i \in I_X, \forall t \in [1,T])$ y $x'_{i,t,\varepsilon}$ $(\forall i \in I_{X'}, \forall t \in [1,T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E})$, presentes en el modelo r-CSP. En efecto:

$$x_{i,t} = 1 \Rightarrow \pi_{t,\varepsilon} = i, \forall i \in I_X, \forall t \in [1,T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E} \tag{14}$$

$$x'_{i,t,\varepsilon} = 1 \Rightarrow \pi_{t,\varepsilon} = i, \forall i \in I_{X'}, \forall t \in [1,T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E} \tag{15}$$

Nótese que los vehículos regulares $(i \in I_X)$ ocupan todos, tipo por tipo y ciclo por ciclo, las mismas posiciones en todas las secuencias de todos los planes de demanda, mientras que las posiciones ocupadas por las flotas dependen de cada plan $\varepsilon \in \mathrm{E}$. Dicho de otro modo, todas las secuencias $\pi_\varepsilon(T)$ presentarán una parte común (compuesta por vehículos regulares) y una parte exclusiva (compuesta por vehículos especiales).

4. Métricas para la robustez de una multi-secuencia r-CSP

Definición 1: Diremos que la multi-secuencia $\vec{\pi}(\mathrm{E},T)$ es fuertemente-robusta frente a la terna $(I, J, p_j/q_j, \mathrm{E})$, cuando se cumpla: $z_{j,t,\varepsilon} = 0\ \forall j \in J, \forall t \in [q_j, T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E}$.

Cuando $\vec{\pi}(\mathrm{E},T)$ no satisfaga todas las restricciones p_j/q_j $(\forall j \in J, \forall t \in [q_j, T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E})$, entonces evaluaremos su calidad mediante las siguientes métricas de no-robustez.

(m.1) Proporción de planes de demanda que presentan requerimiento excesivo de elementos opcionales $(j \in J)$ en algún ciclo de fabricación $(t \in [q_j, T])$ por parte de la multi-secuencia $\vec{\pi}(\mathrm{E},T)$. Es útil para detectar los planes de demanda críticos.

$$g_1(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)) = \frac{1}{|\mathrm{E}|}\sum_{\varepsilon=1}^{|\mathrm{E}|} max_{\forall j \forall t}\{z_{j,t,\varepsilon}\} \tag{16}$$

(m.2) Proporción de opciones del conjunto J que son requeridas en exceso por parte de la multi-secuencia $\vec{\pi}(\mathrm{E},T)$ en algún ciclo de fabricación $(t \in [q_j, T])$ y en algún plan de demanda del conjunto E. Es útil para detectar los elementos opcionales críticos.

$$g_2(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)) = \frac{1}{|J|}\sum_{j=1}^{|J|} max_{\forall t \forall \varepsilon}\{z_{j,t,\varepsilon}\} \tag{17}$$

(m.3) Proporción de ciclos de fabricación con requerimiento excesivo de elementos opcionales $(j \in J)$ por parte de la multi-secuencia $\vec{\pi}(\mathrm{E}, T)$ en algún plan de demanda del conjunto E. Es útil para detectar los ciclos productivos críticos.

$$g_3\big(\vec{\pi}(\mathrm{E}, T)\big) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} max_{\forall j \forall \varepsilon}\{z_{j,t,\varepsilon}\} \tag{18}$$

(m.4) Proporción de restricciones p_j/q_j $\left(\forall j \in J, \forall t \in [q_j, T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E} \forall j \in J\right)$ que viola la multi-secuencia $\vec{\pi}(\mathrm{E}, T)$. Representa también la proporción media de ciclos de fabricación con exceso de requerimiento de elementos opcionales $(j \in J)$ en el conjunto de planes de demanda E. Es útil para determinar la no-robustez global de la secuencia $\vec{\pi}(\mathrm{E}, T)$ frente a todas las restricciones del problema. Una cota inferior de la métrica m.4 es:

$$\hat{g}_4\big(\vec{\pi}(\mathrm{E}, T)\big) = \frac{1}{|\,\mathrm{E}\,|\cdot|\,J\,|\cdot T}\sum_{j=1}^{|J|}\sum_{t=1}^{T}\sum_{\varepsilon=1}^{|\mathrm{E}|} z_{j,t,\varepsilon} \tag{19}$$

Y la función métrica $g_4\big(\vec{\pi}(\mathrm{E}, T)\big)$ refinada, contabilizando estrictamente las restricciones que actúan sobre los ciclos productivos $t \in [q_j, T]$ $(\forall j \in J)$, la definimos así:

$$g_4\big(\vec{\pi}(\mathrm{E}, T)\big) = \frac{1}{|\,\mathrm{E}\,|\sum_{j=1}^{|J|}\left(T + 1 - q_j\right)}\sum_{j=1}^{|J|}\sum_{t=1}^{T}\sum_{\varepsilon=1}^{|\mathrm{E}|} z_{j,t,\varepsilon} \tag{20}$$

(m.5) Proporción de ciclos de fabricación con máximo exceso de requerimiento de elementos opcionales $(j \in J)$ entre el conjunto de planes de demanda E. Es útil para determinar el plan de demanda más crítico.

$$g_5\big(\vec{\pi}(\mathrm{E}, T)\big) = max_{\forall \varepsilon}\left\{\frac{1}{\left(\sum_{j=1}^{|J|}\left(T + 1 - q_j\right)\right)}\sum_{j=1}^{|J|}\sum_{t=1}^{T} z_{j,t,\varepsilon}\right\} \tag{21}$$

(m.6) Proporción de ciclos de fabricación con máximo exceso de requerimiento entre los elementos opcionales $(j \in J)$ en el conjunto de planes de demanda E. Es útil para detectar el elemento opcional más crítico.

$$g_6\big(\vec{\pi}(\mathrm{E}, T)\big) = max_{\forall j}\left\{\frac{1}{T\cdot|\,\mathrm{E}\,|}\sum_{t=1}^{T}\sum_{\varepsilon=1}^{|\mathrm{E}|} z_{j,t,\varepsilon}\right\} \tag{22}$$

(m.7) Proporción de elementos opcionales $(j \in J)$ con requerimiento excesivo en todos los planes de demanda del conjunto E, que corresponde al último ciclo de fabricación de los segmentos más críticos de la multi-secuencia $\vec{\pi}(\mathrm{E}, T)$. Es útil para detectar el ciclo de fabricación más crítico en promedio.

$$g_7\big(\vec{\pi}(\mathrm{E}, T)\big) = max_{\forall t}\left\{\frac{1}{|\,J\,|\cdot|\,\mathrm{E}\,|}\sum_{j=1}^{|J|}\sum_{\varepsilon=1}^{|\mathrm{E}|} z_{j,t,\varepsilon}\right\} \tag{23}$$

A partir de las métricas de no-robustez anteriores, es inmediato definir sus correspondientes métricas para medir la robustez de $\vec{\pi}(\mathrm{E},T)$ frente a la terna $\left(I,J,p_j/q_j,\mathrm{E}\right)$. Esto es:

$$r_m\left(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\right) = 1 - g_m\left(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\right) \quad m = 1,..,7 \tag{24}$$

Nótese que hasta aquí hemos empleado indistintamente los términos “requerimiento excesivo” o “exceso de requerimiento” para reflejar la violación de alguna restricción p_j/q_j (ver restricciones (8) del modelo r-CSP), sin indicar cómo determinar su cuantía o su coste. Estas posibles extensiones del r-CSP básico serán expuestas en un trabajo posterior.

5. Variantes elementales del modelo r-CSP básico

El modelo r-CSP básico admite diversas variantes, ya sea por simplificación o por extensión elemental del mismo. He aquí algunas de ellas:

a. *Simplificación*: Obviamente, si sólo hay un plan de demanda (i.e. $|\mathrm{E}| = 1$), el modelo básico r-CSP se convierte en el modelo del CSP genuino. Consecuentemente, se puede interpretar que el CSP es un caso particular del r-CSP y, por tanto, las soluciones óptimas del CSP serán útiles para calcular cotas inferiores para el r-CSP.

b. *Ponderación del exceso de requerimiento de opciones*: Si se tienen en cuenta los costes o pesos por exceso de requerimiento ($c_{j,t,\varepsilon}$), la función objetivo (1) del modelo r-CSP básico se debe reemplazar por:

$$\min \hat{Z} = \sum_{j\in J} \sum_{t\in[q_j,T]} \sum_{\varepsilon\in\mathrm{E}} c_{j,t,\varepsilon} \cdot z_{j,t,\varepsilon} \tag{25}$$

Donde $\hat{Z}$ simboliza el coste total por exceso de requerimiento de elementos opcionales del conjunto J en el conjunto de planes de demanda E. Aquí dicho coste total se evalúa como suma ponderada de violaciones de las restricciones p_j/q_j del r-CSP.

c. *Modelos mono-objetivo con funciones de robustez de la multi-secuencia*: En caso de incorporar las métricas de no-robustez (m.1 a m.7) como elementos de un problema de optimización, la función objetivo (1) del r-CSP básico se debe reemplazar por una de las funciones siguientes:

$$\min Z = g_m\left(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\right) \Leftrightarrow \max Z' = r_m\left(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\right) \quad m = 1,..,7 \tag{26}$$

d. *Modelos bi-objetivo con funciones de robustez de la multi-secuencia*: Obviamente también tiene sentido formular modelos de optimización bi-objetivo de robustez, reemplazando la función objetivo (1) del r-CSP básico por alguna de las siguientes funciones:

$$\begin{Bmatrix} \min g_1\left(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\right) \wedge \min\ g_2\left(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\right) \\ \min g_1\left(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\right) \wedge \min\ g_3\left(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\right) \\ \min g_2\left(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\right) \wedge \min\ g_3\left(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\right) \end{Bmatrix} \tag{27}$$

Alternativamente:

$$\begin{Bmatrix} \max\ r_1\big(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\big) \wedge \max\ r_2\big(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\big) \\ \max\ r_1\big(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\big) \wedge \max\ r_3\big(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\big) \\ \max\ r_2\big(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\big) \wedge \max\ r_3\big(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\big) \end{Bmatrix} \tag{28}$$

e. *Modelo tri-objetivo con funciones de robustez de la multi-secuencia*: Finalmente, si el propósito es representar las soluciones óptimas del r-CSP en un frente de Pareto tridimensional, es razonable utilizar las funciones tri-objetivo basadas en las métricas elementales $g_m\big(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\big)$ o $r_m\big(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\big)$, para $m = 1,2,3$. Esto es:

$$\min g_1\big(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\big) \wedge \min\ g_2\big(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\big) \wedge \min\ g_3\big(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\big) \tag{29}$$

Alternativamente:

$$\max\ r_1\big(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\big) \wedge \max\ r_2\big(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\big) \wedge \max\ r_3\big(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\big) \tag{30}$$

Dejamos pendiente para trabajos futuros el tratamiento de otras variantes del r-CSP que incorporen costes de producción tanto en la función objetivo como en las restricciones del problema.

6. Síntesis y consideraciones finales

En este trabajo hemos presentado un nuevo problema bajo la denominación *Car Sequencing Problem con flotas de vehículos especiales* y el acrónimo r-CSP (robust-CSP). Tras introducir el concepto demanda parcial incierta en Flotas de vehículos especiales con sus peculiaridades y plantear las hipótesis del problema, hemos formulado un modelo de optimización basado en la programación lineal entera mixta (MILP), cuya explotación ofrece como resultado una *multi-secuencia* de fabricación.

La definición de multi-secuencia permite incorporar el concepto *robustez* en los problemas de secuenciación de modelos mixtos con demanda parcial incierta. Atendiendo al caso concreto del r-CSP, hemos propuesto 7 métricas para evaluar la *no-robustez* (*robustez*) de una solución, que pueden emplearse también como funciones objetivo dando lugar a diversas variantes mono y multi-objetivo del problema de optimización.

Las dimensiones de los modelos de optimización propuestos son del orden de 23000 variables binarias y 38000 restricciones explícitas, considerando instancias industriales con 20 tipos de vehículos regulares, 5 tipos de flotas de vehículos, 10 tipos de elementos opcionales y 10 planes de demanda con 135 vehículos en un turno de trabajo. Aunque estas dimensiones son abordables para obtener soluciones mediante MILP, es conveniente y aconsejable recurrir también al uso de metaheurísticas para resolver el r-CSP.

Obviamente las propuestas incluidas en este trabajo pueden incorporarse en otros problemas de secuenciación de modelos mixtos en líneas de producción, o en otros problemas de scheduling, cuando se den las circunstancias propicias.

Agradecimientos. Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad (Gobierno de España) con el proyecto FHI-SELM2 (TIN2014-57497-P).

7. Referencias · References

1. Boysen, N., Fliedner, M., Scholl, A., 2009. Sequencing mixed-model assembly lines: Survey, classification and model critique. European Journal of Operational Research 192 (2), 349–373.
2. Bautista, J., Cano, A., 2011. Solving mixed model sequencing problem in assembly lines with serial workstations with work overload minimisation and interruption rules. European Journal of Operational Research 210 (3), 495-513.
3. Cano-Belmán, J., Ríos-Mercado, R.Z., Bautista, J., 2010. A scatter search based hyper-heuristic for sequencing a mixed-model assembly line. Journal of Heuristics 16 (6), 749-770.
4. Bautista, J., Pereira, J., Adenso-Díaz, B., 2008. A GRASP approach for the extended car sequencing problem. Journal of Scheduling 11, 3-16.
5. Monden, Y., 1994. Toyota Production System · An Integrated Approach to Just-In-Time. Springer US.
6. Parrello, B.D., Kabat, W.C., Wos, L., 1986. Job-shop scheduling using automated reasoning: A case study of the car-sequencing problem. Journal of Automated reasoning 2, 1-42.
7. Gent, I.P., 1998. Two results on car-sequencing problems. Report University of Strathclyde, APES-02-98 7.
8. Kis, T., 2004. On the complexity of the car sequencing problema. Operations Research Letters 32 (2004), 331-335.
9. Gottlieb, J., Puchta, M., Solnon, C., 2003. A study of greedy, local search, and ant colony optimization approaches for car sequencing problems, in: Applications of evolutionary computing. Springer, pp. 246-257.
10. Bautista, J., Pereira, J., Adenso-Díaz, B., 2008. A beam search approach for the optimization version of the car sequencing problem. Annals of Operations Research 159 (1), 233–244.
11. Ribeiro, C.C., Aloise, D., Noronha, T.F., Rocha, C., Urrutia, S., 2008. An effcient implementation of a vns/ils heuristic for a real-life car sequencing problem. European Journal of Operational Research 191, 596-611.
12. Morin, S., Gagné, C., Gravel, M., 2009. Ant colony optimization with a specialized pheromone trail for the car-sequencing problem. European Journal of Operational Research 197, 1185-1191.
13. Siala, M., Hebrard, E., Huguet, M.J., 2015. A study of constraint programming heuristics for the car-sequencing problem. Engineering Applications of Artificial Intelligence 38 (2015), 34–44.