Postprint : Bautista, J. (2016) Modelos y métricas para la versión robusta del Car Sequencing Problem con Flotas de vehículos especiales. Dirección y Organización 60 (Diciembre 2016) 57-65. http://www.revistadyo.es/index.php/dyo/article/view/499

Modelos y métricas para la versión robusta del Car Sequencing Problem con Flotas de vehículos especiales

Joaquín Bautista-Valhondo [a*]

[a] IOC y ETSEIB · Universitat Politècnica de Catalunya, Av. Diagonal 647, 08028 Barcelona (Spain)

Resumen: Partiendo del *Car Sequencing Problem* (CSP), introducimos el concepto de demanda parcial incierta, incorporando *Flotas* de vehículos especiales en un plan de demanda. Tras establecer las hipótesis de trabajo con *Flotas*, proponemos un modelo de programación lineal entera mixta (r-CSP) para satisfacer el máximo número de restricciones del CSP. Posteriormente, definimos multi-secuencia de producción y algunas métricas para evaluar su robustez. El r-CSP considera diversos escenarios de demanda y funciones para medir el requerimiento excesivo de opciones en programas de producción. Dichas funciones son válidas como objetivo en problemas de optimización y como métricas de robustez de multi-secuencias de producción.

Palabras clave: Líneas de montaje, Secuenciación, Car Sequencing Problem, Flotas de vehículos, Optimización Robusta, Mix de Producción, Demanda incierta.

[*] *Email addresses*: joaquin.bautista@upc.edu (J Bautista)

Models and metrics for the Robust version of the Car Sequencing Problem with Fleets of special vehicles

Joaquín Bautista-Valhondo [a*]

[a] IOC y ETSEIB · Universitat Politècnica de Catalunya, Av. Diagonal 647, 08028 Barcelona (Spain)

Abstract: In this paper we present a new problem of sequencing in assembly lines of mixed models under the name *Car Sequencing Problem with Fleets of special vehicles* and the acronym r-CSP (robust-CSP). After introducing the concept uncertain partial demand in *Fleets of special vehicles* with its peculiarities and to pose the hypotheses of the problem, we have formulated a model of optimization based In mixed integer linear programming (MILP), whose operation results in a *multi-sequence manufacturing*. With our proposal, the original CSP becomes a particular case of r-CSP, when there is a single product demand plan. The definition of multi-sequence allows to incorporate the concept robustness in the problems of sequencing mixed models with uncertain partial demand. For the specific case of r-CSP, we propose 7 metrics to evaluate the non-robustness and robustness of a solution; these metrics can also be used as objective functions giving rise to several mono and multi-objective variants of the optimization problem. The dimensions of the proposed optimization models are of the order of 23000 binary variables and 38000 explicit constraints of a linear nature, when considering instances of industrial size: 20 types of regular vehicles, 5 types of vehicle fleets, 10 types of optional components and 10 different demand plans, each containing 135 vehicles in one shift. Although this dimension of problem is approachable to obtain solutions through MILP, it is convenient and advisable to also resort to the use of metaheuristics to solve r-CSP. Obviously the proposals included in this work can be incorporated into other problems of sequencing mixed models in production lines, or in other scheduling problems, when the right circumstances occur.

Keywords: Assembly Lines, Sequencing, Car Sequencing Problem, Vehicle Fleets, Robust Optimization, Production Mix, Uncertain Demand.

* *Email addresses*: joaquin.bautista@upc.edu (J Bautista)

1. Preliminares

En los entornos productivos vinculados al sector de automoción son frecuentes los sistemas de manufactura orientados al producto. En ellos, la fabricación de un producto (motor, pieza de estampación, bastidor, carrocería soldada, carrocería pintada, chasis, vestido, etc.) se concibe como un conjunto de etapas o procesos de fabricación consecutivos que van aportando valor desde las materias primas hasta la obtención del producto final (vehículo). Dichos procesos de fabricación pueden estar altamente automatizados con robots, o requerir, debido a la complejidad de algunas operaciones, un importante número de recursos humanos.

La fabricación orientada al producto culmina en sistemas flexibles de producción compuestos por células y, por supuesto, en las denominadas líneas de producción y de montaje que están compuestas por módulos o estaciones de trabajo.

Entre los diversos tipos de líneas de producción [Battaïa y Dolgui (2013)] nos encontramos con las líneas de montaje de modelos mixtos, las cuales están capacitadas para fabricar variantes de un producto (SUVs, 4x4, furgonetas, etc.) con diversas opciones (bastidor largo o corto, techo solar o rígido, ventana ciega o acristalada, etc.), sin que se requieran cambios sustanciales en las estaciones de trabajo, tanto de su personal como de su instrumental. En definitiva, aquí será posible suponer que el tiempo de preparación por variabilidad del producto es despreciable frente al ciclo de fabricación en todas las estaciones de trabajo.

En las líneas de producción de modelos mixtos podemos distinguir dos categorías de problemas:

P1. Equilibrado de líneas de producción: Problemas orientados a asignar de manera eficiente un conjunto de tareas de ensamblado de un producto a un conjunto de estaciones de trabajo dispuestas en serie, respetando una serie de restricciones temporales (tiempo de ciclo), espaciales (área disponible) [Chica et al. (2016)] y de contingencia (riesgo ergonómico) [Bautista et al. (2016)].

P2. Secuenciación de productos mixtos: Problemas orientados a establecer el orden de fabricación (entrada a la línea) de las unidades de producto en función de uno o más criterios, uno o más planes de demanda y un horizonte temporal para ejecutarlos [Boysen et al. (2009)].

Debido a la complejidad de ambas categorías de problemas, la tradición, tanto en la industria como en el ámbito académico, invita a resolverlos de forma consecutiva: primero se establece el equilibrado de la línea y posteriormente se determina la secuencia de productos más apropiada en función de las condiciones impuestas.

Los objetivos, no necesariamente excluyentes, que se tienen en cuenta a la hora de secuenciar los modelos, responden a varias preocupaciones de carácter productivo [Bautista y Cano (2011)]. Entre dichos objetivos están:

o1. Maximizar el número de unidades completadas en la línea de producción. Para ello se intentan reducir: el tiempo inerte de los operarios, las esperas innecesarias y las pérdidas de producción ocasionadas por excesos de carga de trabajo (sobrecarga) en las estaciones [Yano y Rachamadugu (1991), Cano-Belmán et al. (2010), Bautista et al. (2012)].

o2. Maximizar la satisfacción de restricciones productivas. Dichas restricciones están relacionadas con los componentes críticos de los vehículos o con las opciones estándares recogidas en el catálogo de modelos [Parrello et al. (1986), Bautista et al. (2008.a)]

o3. Minimizar los niveles de stock de los componentes tanto en la planta de producción como en la cadena de suministro. Ante la regularidad productiva [Bautista y Alfaro (2017)], se intenta maximizar la constancia de las tasas de fabricación de los productos [Bautista et al. (1997), Corominas y Moreno (2003)] y la de las tasas de consumo de los componentes [Monden (1994), Bautista et al. (1996)].

Entre los problemas de secuenciación que atienden al objetivo (o2), se encuentra el CSP (Car Sequencing Problem), cuya versión genuina [Parrello et al. (1986)] consiste en establecer una secuencia $\pi(T)$ de T vehículos de distinto tipo en función de sus elementos opcionales. La naturaleza del problema es altamente combinatoria [Gent (1998), Kis (2004)], por lo que su resolución ha sido orientada tradicionalmente al uso de metaheurísticas [Gottlieb et al. (2003), Bautista et al. (2008.b), Ribeiro et al. (2008), Morin et al. (2009), Siala et al. (2015)].

En el CSP, los vehículos están clasificados en un conjunto I, de los cuales d_i son del tipo i ($\forall i \in I$). Obviamente, la secuencia $\pi(T)$ debe construirse en armonía con un plan de demanda de vehículos que simbolizaremos mediante el vector $\vec{d} = \left(d_1, \ldots, d_{|I|}\right)$, cumpliéndose: $D \equiv T = \sum_{\forall i} d_i$.

La tipología de estos vehículos es función de la presencia o no de elementos opcionales -clasificados en un conjunto J-. Así, un vehículo tipo i ($i = 1, \ldots, |I|$) puede contener o no la opción j ($j = 1, \ldots, |J|$); esto se refleja mediante los parámetros $n_{j,i}$ que adoptan el valor 1 si la opción $j \in J$ está presente en el vehículo tipo $i \in I$ y el valor 0 en caso contrario.

Dichos elementos opcionales son los protagonistas del problema, ya que su requerimiento por parte de un grupo de vehículos lanzados consecutivamente a línea de producción está limitado. Estas limitaciones se pueden representar a través de los ratios p_j/q_j ($\forall j \in J$) que simbolizan: dada la opción $j \in J$, su requerimiento por parte de los vehículos contenidos en cualquier segmento de la secuencia $\pi(T)$ con una longitud q_j (i.e.- todo segmento con q_j ciclos de producción consecutivos) debe ser menor o igual al valor p_j; coloquialmente diremos: como máximo la opción $j \in J$ estará presente p_j veces en cada q_j ciclos.

En estas condiciones el CSP original consiste en hallar una secuencia $\pi(T)$ que satisfaga todas las restricciones sobre los requerimientos de los elementos opcionales. Si lo anterior no es posible, el objetivo del problema es conseguir que la secuencia $\pi(T)$ satisfaga el mayor número de dichas restricciones.

El resto de este texto lo hemos estructurado como sigue. En el apartado 2 presentamos el nuevo problema incorporando flotas de vehículos especiales y robustez al CSP original, describiendo algunas peculiaridades de dichas flotas. En el apartado 3 enunciamos las hipótesis de trabajo para el problema, presentamos una nomenclatura, proponemos un modelo básico de optimización basado en la programación lineal entera mixta (MILP) e introducimos el concepto multi-secuencia como resultado de la explotación del modelo propuesto. En el apartado 4 ofrecemos diversas métricas para evaluar la no-robustez y la robustez de una multi-secuencia de vehículos. En el apartado 5 recogemos las variantes elementales sobre el modelo r-CSP básico (*robust*-CSP): proponemos funciones mono-objetivo basadas la ponderación del exceso de requerimiento de elementos opcionales y en métricas de la robustez de una multi-secuencia de fabricación, y también planteamos funciones para abordar la optimización multi-objetivo en el problema. Finalmente, en el apartado 6 hacemos una síntesis y algunas consideraciones sobre este trabajo.

2. CSP con flotas de vehículos especiales

Las grandes compañías de automoción disponen de líneas de fabricación y montaje capaces de asumir en sus programas de producción la inserción de vehículos no regulares o fuera de catálogo.

Estos vehículos especiales, a los que aquí llamaremos *flotas*, se distinguen de los comunes o regulares por diversas causas, presentando algunas peculiaridades:

a. Son vehículos con demanda bajo pedido contratado y no forman parte de las previsiones de venta elaboradas por el departamento Comercial.
b. Su destino es variado y, normalmente, corresponde a organizaciones orientadas al Servicio Público: ambulancias, vehículos escolta destinados a Defensa, patrullas de las Fuerzas Armadas, patrullas de bomberos, patrullas de policía local o estatal, patrullas de guardias forestales, etc.
c. Estas flotas requieren componentes no comunes que, al incorporarlos a los vehículos en la línea de producción, generan operaciones adicionales que requieren tiempos de proceso mayores que los estándares sobre las operaciones estándares.
d. Los componentes no comunes de los vehículos especiales dependen además del tipo de flota (ambulancia, coche patrulla de policía, guardia forestal, etc.). Por tanto, la incorporación de un tipo de vehículo especial u otro al programa de producción diario marcará diferencias en el consumo de componentes, en el requerimiento de herramientas y equipos, en las cargas de trabajo, y en los suministros a línea.
e. Lógicamente, la inclusión de los vehículos especiales en los programas de producción corrientes estará limitada por un número o por una proporción de aquellos sobre el total. Comúnmente dicha proporción oscila entre el 10% y el 20% de la producción diaria de vehículos.
f. Para facilitar la gestión de la producción, la fabricación global diaria de vehículos especiales se fija a un valor constante; no obstante, la producción parcial de cada tipo de flota puede variar de un día a otro. Por su parte, los vehículos comunes no sufren alteración de su demanda durante días; de hecho, su demanda diaria es estable y regular y está orientada a satisfacer el plan de demanda semanal que también suele ser regular en el horizonte de un mes.
g. La posible variabilidad de la demanda diaria de las flotas de vehículos especiales genera incertidumbre a la hora de fijar el programa de producción y, por inducción, la secuencia de fabricación de vehículos estará sujeta a la incertidumbre. Evidentemente, no es posible establecer una secuencia de fabricación si no se conocen los elementos que la componen.
h. Una alternativa para tratar la variabilidad de la demanda en las flotas de vehículos especiales es recurrir al planteo de diversos escenarios para la demanda. Estos es-

cenarios deben ser realistas y deben estar en sintonía con la capacidad productiva y el histórico de la planta de fabricación.

Formalmente agruparemos los escenarios de la demanda en un conjunto E de elementos $\varepsilon \in$ E. Para definir el escenario $\varepsilon \in$ E usaremos el *vector demanda* $\overrightarrow{d_\varepsilon} = (d_{1\varepsilon}, \dots, d_{|I|\varepsilon})$ y el *vector mix de producción* $\overrightarrow{\lambda_\varepsilon} = (\lambda_{1\varepsilon}, \dots, \lambda_{|I|\varepsilon})$, donde $d_{i\varepsilon}$ y $\lambda_{i\varepsilon}$ son respectivamente el número de vehículos $i \in I$ y su proporción en el plan $\varepsilon \in$ E. Por razones de coherencia se deberá cumplir: $\overrightarrow{\lambda_\varepsilon} = \overrightarrow{d_\varepsilon}/D_\varepsilon$ y $D_\varepsilon = \sum_{i \in I} d_{i\varepsilon}$.

Nótese que el CSP ordinario consiste en hallar una secuencia $\pi(T)$ que satisfaga el mayor número de restricciones sobre los requerimientos de los elementos opcionales, mientras que el CSP con flotas de vehículos especiales, al que llamaremos aquí r-CSP, consistirá en hallar un conjunto de secuencias $\pi_\varepsilon(T)$, una para cada plan $\varepsilon \in$ E, que satisfagan el mayor número de dichas restricciones y, además, que tales secuencias se parezcan lo máximo posible entre ellas.

3. Modelo CSP básico con flotas de vehículos especiales

El presente apartado está dedicado a la propuesta de un modelo básico para el Car Sequencing Problem (CSP) con flotas de vehículos especiales: problema al que nos referiremos también como versión robusta del CSP (r-CSP).

Primero, enunciamos las hipótesis de trabajo sobre el nuevo problema; en segundo lugar, proponemos una nomenclatura para definir y describir las variables y parámetros que intervienen en el modelo; en tercer lugar, formulamos el modelo r-CSP en el marco de la programación lineal entera mixta; y finalmente, definimos el concepto de multisecuencia de producción, como forma de representación de una solución de cualquier instancia del problema, para un conjunto de planes de demanda que se deben satisfacer simultáneamente en la medida de lo posible.

HIPÓTESIS:

1. Se dispone de dos familias de vehículos: (i) la familia de vehículos comunes o regulares, representada por el conjunto de tipos I_X, y (ii) la familia de flotas de vehículos especiales, representada por el conjunto de tipos $I_{X'}$.
2. El número total de vehículos regulares D_X, correspondiente a una jornada de trabajo, es idéntico para todos los planes de demanda $\varepsilon \in$ E.
3. El número total de vehículos de flotas especiales $D_{X'}$, correspondiente a una jornada de trabajo, es idéntico para todos los planes de demanda $\varepsilon \in$ E.
4. Consecuentemente, el número total de vehículos T $(T \equiv D = D_X + D_{X'})$ que corresponde a una jornada de trabajo, es idéntico para todos los planes de demanda $\varepsilon \in$ E.
5. La demanda de un vehículo regular $i \in I_X$, correspondiente a una jornada de trabajo, es idéntica para todos los planes de demanda $\varepsilon \in$ E. Esto es: Si $i \in I_X$, entonces se cumple: $d_{i,\varepsilon} = d_i \;\; \forall \varepsilon \in$ E.
6. La demanda de un vehículo de flota especial $i \in I_{X'}$, correspondiente a una jornada de trabajo, puede ser distinta para dos planes de demanda distintos $\{\varepsilon, \varepsilon'\} \subseteq$ E.

7. Con el propósito de hacer el mínimo número de cambios en la línea de producción (vg.- robots, instrumental, herramientas, estanterías, personal, etc.), se procurará que las secuencias de fabricación $\pi_\varepsilon(T)$ y $\pi_{\varepsilon'}(T)$ sean lo más parecidas posible para todo par de planes $\{\varepsilon,\varepsilon'\} \subseteq$ E. Simbólicamente: $\pi_\varepsilon(T) \approx \pi_{\varepsilon'}(T)\ \forall\{\varepsilon,\varepsilon'\} \subseteq$ E.
8. Como corolario inmediato de la anterior hipótesis, se forzará a que todos los vehículos regulares ocupen uno por uno y tipo por tipo las mismas posiciones en todas las secuencias $\pi_\varepsilon(T)(\forall\varepsilon \in$ E).

NOMENCLATURA · PARÁMETROS:

I_X Conjunto de tipos de vehículos regulares o estándares $(i = 1,..,|I_X|)$.

$I_{X'}$ Conjunto de tipos de vehículos especiales (flotas) $(i = |I_X| + 1,..,|I_X| + |I_{X'}|)$.

I Conjunto de tipos de vehículos: $I = I_X \cup I_{X'}$ $(i = 1,..,|I|)$.

J Conjunto de partes componentes o elementos opcionales $(J: j = 1,..,|J|)$.

E Conjunto de escenarios o planes de demanda (E: $\varepsilon = 1,..,|$E$|$).

$\vec{d}_\varepsilon, D$ Vector de demanda del plan $\varepsilon \in$ E: $\vec{d}_\varepsilon = \left(d_{1,\varepsilon},\dots,d_{|I|,\varepsilon}\right)$ y demanda total de vehículos en una jornada: $D \equiv T = \sum_{\forall i} d_{i,\varepsilon}$, idéntica en todos los planes $\varepsilon \in$ E.

$\vec{\lambda}_\varepsilon$ Vector mix de producción del plan $\varepsilon \in$ E : $\vec{\lambda}_\varepsilon = \left(\lambda_{1,\varepsilon},\dots,\lambda_{|I|,\varepsilon}\right)$: $\vec{\lambda}_\varepsilon = \vec{d}_\varepsilon/D$

$n_{j,i}$ Parámetro binario que adopta el valor 1 si el elemento opcional $j \in J$ está presente en el vehículo tipo $i \in I$ y el valor 0 en caso contrario.

p_j/q_j Ratios CSP que simbolizan: El requerimiento de la opción $j \in J$, por parte de los vehículos contenidos en cualquier segmento de las secuencias $\pi_\varepsilon(T)(\forall\varepsilon \in$ E) con una longitud q_j, debe ser menor o igual al valor p_j

$c_{j,t,\varepsilon}$ Coste o peso imputado al segmento de ciclos consecutivos $\left[t - q_j + 1, t\right]$ de la secuencia $\pi_\varepsilon(T)$, vinculada al plan de demanda $\varepsilon \in$ E, cuando el requerimiento de la opción $j \in J$ es mayor que p_j en dicho segmento. Aquí, en el modelo básico supondremos todos los costes unitarios: $c_{j,t,\varepsilon} = 1$ $(\forall j \in J, \forall t \in \left[q_j, T\right], \forall\varepsilon \in$ E).

NOMENCLATURA · VARIABLES:

$\pi_\varepsilon(T)$ Secuencia completa de vehículos $\pi_\varepsilon(T) = (\pi_{1,\varepsilon},\dots,\pi_{T,\varepsilon})$ del plan $\varepsilon \in$ E. Las secuencias parciales de $\pi_\varepsilon(T)$ las notaremos así: $\pi_\varepsilon(t) = \left(\pi_{1,\varepsilon},\dots,\pi_{t,\varepsilon}\right) \subseteq \pi_\varepsilon(T)$, $\forall t \in [1,T]$. Usaremos también los símbolos $\pi_\varepsilon(t)$ y $\pi_\varepsilon(T)$ como parámetros.

$x_{i,t}$ Variable binaria que adopta el valor 1 si una unidad de vehículo regular $i \in I_X$ se asigna a la posición t $(t = 1,..,T)$ de las secuencias $\pi_\varepsilon(T)$ de los planes $\varepsilon \in$ E, y vale 0 en caso contrario.

$x'_{i,t,\varepsilon}$ Variable binaria que adopta el valor 1 si una unidad de vehículo especial $i \in I_{X'}$ se asigna a la posición t $(t = 1,..,T)$ de la secuencia $\pi_\varepsilon(T)$ del plan $\varepsilon \in$ E, y vale 0 en caso contrario.

$X_{i,t}$ Número de unidades de vehículo regular tipo $i \in I_X$ contenidas en todas las secuencias parciales $\pi_\varepsilon(t) \subseteq \pi_\varepsilon(T)$ de todos los planes $\varepsilon \in \mathrm{E}$. Su cálculo se realiza así: $X_{i,t}$=$\sum_{\tau=1}^{t} x_{i,\tau}$ $\forall i \in I_X, \forall t \in [1,T]$

$X'_{i,t,\varepsilon}$ Número de unidades de vehículo especial tipo $i \in I_{X'}$ contenidas en la secuencia parcial $\pi_\varepsilon(t) \subseteq \pi_\varepsilon(T)$ del plan $\varepsilon \in \mathrm{E}$. Su cálculo se realiza así: $X'_{i,t,\varepsilon}$=$\sum_{\tau=1}^{t} x'_{i,\tau,\varepsilon}$ $\forall i \in I_{X'}, \forall t \in [1,T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E}$

$Y_{j,t,\varepsilon}$ Número de veces que la opción $j \in J$ es requerida por los vehículos regulares y especiales contenidos en la secuencia parcial $\pi_\varepsilon(t) \subseteq \pi_\varepsilon(T)$ del plan $\varepsilon \in \mathrm{E}$. Se calcula así: $Y_{j,t,\varepsilon}$=$\sum_{i\in I_X} n_{j,i} X_{i,t} + \sum_{i \in I_{X'}} n_{j,i} X'_{i,t,\varepsilon}$ $\forall j \in J, \forall t \in [1,T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E}$. Por convenio, haremos: $Y_{j,0,\varepsilon} = 0 \;\; \forall j \in J, \forall \varepsilon \in \mathrm{E}$

$z_{j,t,\varepsilon}$ Variable binaria que adopta el valor 1 si el requerimiento de la opción j es mayor que el valor p_j en el segmento $[t - q_j + 1, t]$ de la secuencia $\pi_\varepsilon(T)$, y vale 0 en caso contrario ($\forall j \in J, \forall t \in [q_j, T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E}$). Por conveniencia, los símbolos $z_{j,t,\varepsilon}$ se usarán también como parámetros cuando la secuencia $\pi_\varepsilon(T)$ sea conocida.

FORMULACIÓN · MODELO r-CSP básico:

$$\min Z = \sum_{j\in J} \sum_{t\in[q_j,T]} \sum_{\varepsilon \in \mathrm{E}} z_{j,t,\varepsilon} \Leftrightarrow \max Z' = \sum_{j\in J} \sum_{t\in[q_j,T]} \sum_{\varepsilon \in \mathrm{E}} \left(1 - z_{j,t,\varepsilon}\right) \tag{1}$$

Sujeto a:

$$\sum_{i\in I_X} x_{i,t} + \sum_{i \in I_{X'}} x'_{i,t,\varepsilon} = 1 \;\; \forall t \in [1,T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E} \tag{2}$$

$$\sum_{t\in[1,T]} x_{i,t} = d_i \;\; \forall i \in I_X \tag{3}$$

$$\sum_{t\in[1,T]} x'_{i,t,\varepsilon} = d_{i,\varepsilon} \;\; \forall i \in I_{X'}, \forall \varepsilon \in \mathrm{E} \tag{4}$$

$$X_{i,t} - \sum_{\tau\in[1,t]} x_{i,\tau} = 0 \;\; \forall i \in I_X, \forall t \in [1,T] \tag{5}$$

$$X'_{i,t,\varepsilon} - \sum_{\tau\in[1,t]} x'_{i,\tau,\varepsilon} = 0 \;\; \forall i \in I_{X'}, \forall t \in [1,T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E} \tag{6}$$

$$Y_{j,t,\varepsilon} - \sum_{i\in I_X} n_{j,i} X_{i,t} - \sum_{i \in I_{X'}} n_{j,i} X'_{i,t,\varepsilon} = 0 \;\; \forall j \in J, \forall t \in [1,T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E} \tag{7}$$

$$Y_{j,t,\varepsilon} - Y_{j,t-q_j,\varepsilon} \le p_j + T \cdot z_{j,t,\varepsilon} \;\; \forall j \in J, \forall t \in [q_j, T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E} \tag{8}$$

$$x_{i,t} \in \{0,1\} \;\; \forall i \in I_X, \forall t \in [1,T] \tag{9}$$

$$x'_{i,t,\varepsilon} \in \{0,1\} \;\; \forall i \in I_{X'}, \forall t \in [1,T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E} \tag{10}$$

$$z_{j,t,\varepsilon} \in \{0,1\} \quad \forall j \in J, \forall t \in [q_j, T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E} \tag{11}$$

$$Y_{j,0,\varepsilon} = 0 \quad \forall j \in J, \forall \varepsilon \in \mathrm{E} \tag{12}$$

En el modelo r-CSP básico, la función objetivo (1) representa la minimización del número de violaciones de las restricciones que limitan los requerimientos de toda opción $j \in J$ a los valores máximos p_j $\forall j \in J$, para cada plan de demanda $\varepsilon \in \mathrm{E}$ y para cada intervalo de ciclos productivos consecutivos de longitud q_j $(\forall j \in J)$. Las igualdades (2) imponen el lanzamiento a línea de un vehículo (regular o especial) y solo uno en cada ciclo de fabricación $t \in [1, T]$ y en todo plan de demanda $\varepsilon \in \mathrm{E}$. Las igualdades (3) y (4) obligan respectivamente a satisfacer todos los planes de demanda para los vehículos regulares (I_X) y los especiales $(I_{X'})$. Las igualdades (5) sirven para contar el número de los vehículos regulares $i \in I_X$ lanzados a línea hasta el ciclo de fabricación $t \in [1, T]$ en cualquier plan de demanda $\varepsilon \in \mathrm{E}$. Por su parte, las igualdades (6), análogas a las (5), se refieren a los de vehículos especiales $I_{X'}$ teniendo en cuenta cada plan $\varepsilon \in \mathrm{E}$. Las igualdades (7) cuentan el número de veces que la opción $j \in J$ es requerida por los vehículos lanzados consecutivamente a línea hasta cualquier ciclo de fabricación $t \in [1, T]$ en todo plan de demanda $\varepsilon \in \mathrm{E}$. Las restricciones (8) determinan si se viola o no la restricción de requerimiento de toda opción $j \in J$, en todo segmento, con una longitud q_j $(\forall j \in J)$, de la secuencia $\pi_\varepsilon(T)(\forall \varepsilon \in \mathrm{E})$. Las condiciones (9), (10) y (11) definen respectivamente como binarias las variables $x_{i,t}$, $x'_{i,t,\varepsilon}$ y $z_{j,t,\varepsilon}$. Finalmente, las igualdades (12) establecen, por convenio, como nulas las variables de requerimiento $Y_{j,0,\varepsilon}$ $(\forall j \in J, \forall \varepsilon \in \mathrm{E})$ en el ciclo de producción ficticio t=0.

La explotación del modelo r-CSP permite hallar una multi-secuencia $\vec{\pi}(\mathrm{E}, T)$, compuesta por las secuencias $\pi_\varepsilon(T) = (\pi_{1,\varepsilon}, \dots, \pi_{T,\varepsilon})$ de cada plan de demanda $\varepsilon \in \mathrm{E}$. Esto es:

$$\vec{\pi}(\mathrm{E}, T) = \left\{ \begin{matrix} \pi_1(T) \\ \pi_2(T) \\ \vdots \\ \pi_\varepsilon(T) \\ \vdots \\ \pi_{|\mathrm{E}|}(T) \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} (\pi_{1,1}, \dots, \pi_{t,1}, \dots, \pi_{T,1}) \\ (\pi_{1,2}, \dots, \pi_{t,2}, \dots . \pi_{T,2}) \\ \cdots \\ (\pi_{1,\varepsilon}, \dots, \pi_{t,\varepsilon}, \dots, \pi_{T,\varepsilon}) \\ \cdots \\ (\pi_{1,|\mathrm{E}|}, \dots, \pi_{t,|\mathrm{E}|}, \dots, \pi_{T,|\mathrm{E}|}) \end{matrix} \right\} \tag{13}$$

El vínculo entre los tipos vehículos $i \in I$ y los elementos $\pi_{t,\varepsilon}$ $(\forall t \in [1, T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E})$ de la multi-secuencia $\vec{\pi}(\mathrm{E}, T)$, se establece a través de los valores que adoptan las variables binarias $x_{i,t}$ $(\forall i \in I_X, \forall t \in [1, T])$ y $x'_{i,t,\varepsilon}$ $(\forall i \in I_{X'}, \forall t \in [1, T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E})$, presentes en el modelo r-CSP. En efecto:

$$x_{i,t} = 1 \Rightarrow \pi_{t,\varepsilon} = i, \forall i \in I_X, \forall t \in [1, T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E} \tag{14}$$

$$x'_{i,t,\varepsilon} = 1 \Rightarrow \pi_{t,\varepsilon} = i, \forall i \in I_{X'}, \forall t \in [1, T], \forall \varepsilon \in \mathrm{E} \tag{15}$$

Nótese que los vehículos regulares $(i \in I_X)$ ocupan todos, tipo por tipo y ciclo por ciclo, las mismas posiciones en todas las secuencias de todos los planes de demanda, mientras que las posiciones ocupadas por las flotas dependen de cada plan $\varepsilon \in \mathrm{E}$. Dicho de otro modo, todas las secuencias $\pi_\varepsilon(T)$ presentarán una parte común (compuesta por vehículos regulares) y una parte exclusiva (compuesta por vehículos especiales).

4. Métricas para la robustez de una multi-secuencia r-CSP

Obviamente, la formulación que hemos ofrecido en el apartado anterior para el r-CSP corresponde a un problema de máxima satisfacción de restricciones (MAXSAT), por lo que queda clara su conexión con el CSP genuino de Parrello, Kabat y Vos, y queda claro también que se pueden emplear técnicas basadas en el razonamiento automático para su resolución.

Lejos de conformarnos con plantear y resolver un problema MAXSAT y asistidos por el concepto multi-secuencia de producción $\vec{\pi}(\mathrm{E},T)$, en este apartado proponemos diversas formas de medir la calidad de cualquier solución basándonos en la siguiente:

Definición 1: Diremos que la multi-secuencia $\vec{\pi}(\mathrm{E},T)$ es fuertemente-robusta frente a la terna $(I,J,p_j/q_j,\mathrm{E})$, cuando se cumpla: $z_{j,t,\varepsilon}=0\ \forall j\in J,\forall t\in[q_j,T],\forall\varepsilon\in\mathrm{E}$.

Cuando $\vec{\pi}(\mathrm{E},T)$ no satisfaga las restricciones p_j/q_j $(\forall j\in J,\forall t\in[q_j,T],\forall\varepsilon\in\mathrm{E})$, entonces evaluaremos su calidad mediante las siguientes métricas de no-robustez.

(m.1) Proporción de planes de demanda que presentan requerimiento excesivo de elementos opcionales $(j\in J)$ en algún ciclo de fabricación $(t\in[q_j,T])$ por parte de la multi-secuencia $\vec{\pi}(\mathrm{E},T)$. Es útil para detectar los planes de demanda críticos.

$$g_1(\vec{\pi}(\mathrm{E},T))=\frac{1}{|\,\mathrm{E}\,|}\sum_{\varepsilon=1}^{|\mathrm{E}|}max_{\forall j\forall t}\{z_{j,t,\varepsilon}\} \tag{16}$$

(m.2) Proporción de opciones del conjunto J que son requeridas en exceso por parte de la multi-secuencia $\vec{\pi}(\mathrm{E},T)$ en algún ciclo de fabricación $(t\in[q_j,T])$ y en algún plan de demanda del conjunto E. Es útil para detectar los elementos opcionales críticos.

$$g_2(\vec{\pi}(\mathrm{E},T))=\frac{1}{|\,J\,|}\sum_{j=1}^{|J|}max_{\forall t\forall\varepsilon}\{z_{j,t,\varepsilon}\} \tag{17}$$

(m.3) Proporción de ciclos de fabricación con requerimiento excesivo de elementos opcionales $(j\in J)$ por parte de la multi-secuencia $\vec{\pi}(\mathrm{E},T)$ en algún plan de demanda del conjunto E. Es útil para detectar los ciclos productivos críticos.

$$g_3(\vec{\pi}(\mathrm{E},T))=\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}max_{\forall j\forall\varepsilon}\{z_{j,t,\varepsilon}\} \tag{18}$$

(m.4) Proporción de restricciones p_j/q_j $(\forall j\in J,\forall t\in[q_j,T],\forall\varepsilon\in\mathrm{E}\forall j\in J)$ que viola la multi-secuencia $\vec{\pi}(\mathrm{E},T)$. Representa también la proporción media de ciclos de fabricación con exceso de requerimiento de elementos opcionales $(j\in J)$ en el conjunto de planes de demanda E. Es útil para determinar la no-robustez global de la secuencia $\vec{\pi}(\mathrm{E},T)$ frente a todas las restricciones del problema. Una cota inferior de la métrica m.4 es:

$$\hat{g}_4\big(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\big) = \frac{1}{|\,\mathrm{E}\,|\cdot|\,J\,|\cdot T}\sum_{j=1}^{|J|}\sum_{t=1}^{T}\sum_{\varepsilon=1}^{|\mathrm{E}|} z_{j,t,\varepsilon} \tag{19}$$

Y la función métrica $g_4\big(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\big)$ refinada, contabilizando estrictamente las restricciones que actúan sobre los ciclos productivos $t \in [q_j, T]$ $(\forall j \in J)$, la definimos así:

$$g_4\big(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\big) = \frac{1}{|\,\mathrm{E}\,|\sum_{j=1}^{|J|}(T+1-q_j)}\sum_{j=1}^{|J|}\sum_{t=1}^{T}\sum_{\varepsilon=1}^{|\mathrm{E}|} z_{j,t,\varepsilon} \tag{20}$$

(m.5) Proporción de ciclos de fabricación con máximo exceso de requerimiento de elementos opcionales $(j \in J)$ entre el conjunto de planes de demanda E. Es útil para determinar el plan de demanda más crítico.

$$g_5\big(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\big) = max_{\forall\varepsilon}\left\{\frac{1}{\sum_{j=1}^{|J|}(T+1-q_j)}\sum_{j=1}^{|J|}\sum_{t=1}^{T} z_{j,t,\varepsilon}\right\} \tag{21}$$

(m.6) Proporción de ciclos de fabricación con máximo exceso de requerimiento entre los elementos opcionales $(j \in J)$ en el conjunto de planes de demanda E. Es útil para detectar el elemento opcional más crítico.

$$g_6\big(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\big) = max_{\forall j}\left\{\frac{1}{T\cdot|\,\mathrm{E}\,|}\sum_{t=1}^{T}\sum_{\varepsilon=1}^{|\mathrm{E}|} z_{j,t,\varepsilon}\right\} \tag{22}$$

(m.7) Proporción de elementos opcionales $(j \in J)$ con requerimiento excesivo en todos los planes de demanda del conjunto E, que corresponde al último ciclo de fabricación de los segmentos más críticos de la multi-secuencia $\vec{\pi}(\mathrm{E},T)$. Es útil para detectar el ciclo de fabricación más crítico en promedio.

$$g_7\big(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\big) = max_{\forall t}\left\{\frac{1}{|\,J\,|\cdot|\,\mathrm{E}\,|}\sum_{j=1}^{|J|}\sum_{\varepsilon=1}^{|\mathrm{E}|} z_{j,t,\varepsilon}\right\} \tag{23}$$

A partir de las métricas de no-robustez anteriores, es inmediato definir sus correspondientes métricas para medir la robustez de $\vec{\pi}(\mathrm{E},T)$ frente a la terna $(I, J, p_j/q_j, \mathrm{E})$. Esto es:

$$r_m\big(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\big) = 1 - g_m\big(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)\big) \quad m = 1,..,7 \tag{24}$$

Nótese que hasta aquí hemos empleado indistintamente los términos "requerimiento excesivo" o "exceso de requerimiento" para reflejar la violación de alguna restricción p_j/q_j (ver restricciones (8) del modelo r-CSP), sin indicar cómo determinar su cuantía o su coste. Estas posibles extensiones del r-CSP básico serán expuestas en un trabajo posterior.

5. Variantes elementales del modelo r-CSP básico

Lógicamente, el modelo r-CSP básico admite diversas variantes, ya sea por simplificación o por extensión elemental del mismo. He aquí algunas de ellas:

a. *Simplificación*: Obviamente, si sólo hay un plan de demanda (i.e. $|\mathrm{E}| = 1$), el modelo básico r-CSP se convierte en el modelo del CSP genuino. Consecuentemente, se puede interpretar que el CSP es un caso particular del r-CSP y, por tanto, las soluciones óptimas del CSP serán útiles para calcular cotas inferiores para el r-CSP.

b. *Ponderación del exceso de requerimiento de opciones*: Si se tienen en cuenta los costes o pesos por exceso de requerimiento ($c_{j,t,\varepsilon}$), la función objetivo (1) del modelo r-CSP básico se debe reemplazar por:

$$\min \hat{Z} = \sum_{j\in J} \sum_{t\in[q_j,T]} \sum_{\varepsilon\in \mathrm{E}} c_{j,t,\varepsilon} \cdot z_{j,t,\varepsilon} \tag{25}$$

Donde $\hat{Z}$ simboliza el coste total por exceso de requerimiento de elementos opcionales del conjunto J en el conjunto de planes de demanda E. Aquí dicho coste total se evalúa como suma ponderada de violaciones de las restricciones p_j/q_j del r-CSP.

c. *Modelos mono-objetivo con funciones de robustez de la multi-secuencia*: En caso de incorporar las métricas de no-robustez (m.1 a m.7) como elementos de un problema de optimización, la función objetivo (1) del r-CSP básico se debe reemplazar por una de las funciones siguientes:

$$\min Z = g_m(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)) \Leftrightarrow \max Z' = r_m(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)) \quad m = 1,..,7 \tag{26}$$

d. *Modelos bi-objetivo con funciones de robustez de la multi-secuencia*: Obviamente también tiene sentido formular modelos de optimización bi-objetivo de robustez, reemplazando la función objetivo (1) del r-CSP básico por alguna de las siguientes funciones:

$$\begin{Bmatrix} \min g_1(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)) \wedge \min\ g_2(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)) \\ \min g_1(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)) \wedge \min\ g_3(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)) \\ \min g_2(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)) \wedge \min\ g_3(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)) \end{Bmatrix} \tag{27}$$

Alternativamente:

$$\begin{Bmatrix} \max\ r_1(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)) \wedge \max\ r_2(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)) \\ \max\ r_1(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)) \wedge \max\ r_3(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)) \\ \max\ r_2(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)) \wedge \max\ r_3(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)) \end{Bmatrix} \tag{28}$$

e. *Modelo tri-objetivo con funciones de robustez de la multi-secuencia*: Finalmente, si el propósito es representar las soluciones óptimas del r-CSP en un frente de Pareto tridimensional, es razonable utilizar las funciones tri-objetivo basadas en las métricas elementales $g_m(\vec{\pi}(\mathrm{E},T))$ o $r_m(\vec{\pi}(\mathrm{E},T))$, para $m=1{,}2{,}3$. Esto es:

$$\min g_1(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)) \wedge \min\ g_2(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)) \wedge \min\ g_3(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)) \tag{29}$$

Alternativamente:

$$\max\ r_1(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)) \wedge \max\ r_2(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)) \wedge \max\ r_3(\vec{\pi}(\mathrm{E},T)) \tag{30}$$

Dejamos pendiente para trabajos futuros el tratamiento de otras variantes del r-CSP que incorporen costes de producción tanto en la función objetivo como en las restricciones del problema.

6. Síntesis y consideraciones finales

En este trabajo hemos presentado un nuevo problema bajo la denominación *Car Sequencing Problem con flotas de vehículos especiales* y el acrónimo r-CSP (robust-CSP). Tras introducir el concepto demanda parcial incierta en Flotas de vehículos especiales con sus peculiaridades y plantear las hipótesis del problema, hemos formulado un modelo de optimización basado en la programación lineal entera mixta (MILP), cuya explotación ofrece como resultado una *multi-secuencia* de fabricación.

La definición de multi-secuencia permite incorporar el concepto *robustez* en los problemas de secuenciación de modelos mixtos con demanda parcial incierta. Atendiendo al caso concreto del r-CSP, hemos propuesto 7 métricas para evaluar la *no-robustez* (*robustez*) de una solución, que pueden emplearse también como funciones objetivo dando lugar a diversas variantes mono y multi-objetivo del problema de optimización.

Las dimensiones de los modelos de optimización propuestos son del orden de 23000 variables binarias y 38000 restricciones explícitas, considerando instancias industriales con 20 tipos de vehículos regulares, 5 tipos de flotas de vehículos, 10 tipos de elementos opcionales y 10 planes de demanda con 135 vehículos en un turno de trabajo. Aunque estas dimensiones son abordables para obtener soluciones mediante MILP, es conveniente y aconsejable recurrir también al uso de metaheurísticas para resolver el r-CSP.

Obviamente las propuestas incluidas en este trabajo pueden incorporarse en otros problemas de secuenciación de modelos mixtos en líneas de producción, o en otros problemas de scheduling, cuando se den las circunstancias propicias.

Agradecimientos. Este trabajo ha sido financiado por el Ministerio de Economía y Competitividad (Gobierno de España) con el proyecto FHI-SELM2 (TIN2014-57497-P).

7. Referencias · References

Battaïa, O., Dolgui, A. (2013). "A taxonomy of line balancing problems and their solution approaches". International Journal of Production Economics 142(2), pp 259-277. DOI: 10.1016/j.ijpe.2012.10.020

Bautista, J., Alfaro, R. (2017). "Free and regular mixed-model sequences by a linear program-assisted hybrid algorithm GRASP-LP". Progress in Artificial Intelligence, First Online: 16 January 2017, pp. 1-11. DOI: 10.1007/s13748-017-0110-z

Bautista, J., Batalla-García, C., Alfaro-Pozo, R. (2016). "Models for assembly line balancing by temporal, spatial and ergonomic risk attributes". European Journal of Operational Research 251(3), pp. 814-829. DOI: 10.1016/j.ejor.2015.12.042

Bautista, J., Cano, A. (2011). "Solving mixed model sequencing problem in assembly lines with serial workstations with work overload minimization and interruption rules". European Journal of Operational Research 210(3), pp. 495–513. DOI: 10.1016/j.ejor.2010.10.022

Bautista, J., Cano, A., Alfaro, A. (2012). "Modeling and solving a variant of the mixed-model sequencing problem with work overload minimisation and regularity constraints. An application in Nissan's Barcelona Plant". Expert Systems with Applications 39 (2012), pp. 11001–11010. DOI: 10.1016/j.eswa.2012.03.024

Bautista, J., Companys, R., Corominas, A. (1996). "Heuristics and exact algorithms for solving the Monden problem". European Journal of Operational Research 88(1), pp. 101-113. DOI: 10.1016/0377-2217(94)00165-0

Bautista, J., Companys, R., Corominas, A. (1997). "Modelling and solving the production rate variation problem (PRVP)". Top 5(2), pp. 221–239. DOI: 10.1007/BF02568551

Bautista, J., Pereira, J., Adenso-Díaz, B. (2008.a). "A GRASP approach for the extended car sequencing problem". Journal of Scheduling 11, pp. 3-16. DOI: 10.1007/s10951-007-0046-4

Bautista, J., Pereira, J., Adenso-Díaz, B. (2008.b). "A beam search approach for the optimization version of the car sequencing problem". Annals of Operations Research 159(1), pp. 233–244. DOI: 10.1007/s10479-007-0278-x

Boysen, N., Fliedner, M., Scholl, A. (2009). "Sequencing mixed-model assembly lines: Survey, classification and model critique". European Journal of Operational Research 192(2), pp. 349–373. DOI: 10.1016/j.ejor.2007.09.013

Cano-Belmán, J., Ríos-Mercado, R.Z., Bautista, J. (2010). "A scatter search based hyper-heuristic for sequencing a mixed-model assembly line". Journal of Heuristics 16(6), pp. 749-770. DOI: 10.1007/s10732-009-9118-2

Chica, M., Bautista, J., Cordón, O., Damas, S. (2016). "A multiobjective model and evolutionary algorithms for robust time and space assembly line balancing under uncertain demand". Omega 58, pp. 55-68. DOI: 10.1016/j.omega.2015.04.003

Corominas, A., Moreno, N. (2003). "On The Relations Between Optimal Solutions For Different Types Of Min-Sum Balanced Jit Optimisation Problems". INFOR: Information Systems and Operational Research 41(4), pp. 333-339. DOI: 10.1080/03155986.2003.11732685

Gent, I.P. (1998). "Two results on car-sequencing problems". Report University of Strathclyde, APES-02-98.

Gottlieb, J., Puchta, M., Solnon, C. (2003). "A study of greedy, local search, and ant colony optimization approaches for car sequencing problems". In Stefano Cagnoni, S. et al. (eds.): Applications of evolutionary computing, pp. 246-257. Ed. Springer. DOI: 10.1007/3-540-36605-9_23

Kis, T. (2004). "On the complexity of the car sequencing problem". Operations Research Letters 32 (2004), pp. 331-335. DOI: 10.1016/j.orl.2003.09.003

Monden, Y. (1994). Toyota Production System. An Integrated Approach to Just-In-Time. Ed. Springer US. DOI: 10.1007/978-1-4615-9714-8

Morin, S., Gagné, C., Gravel, M. (2009). "Ant colony optimization with a specialized pheromone trail for the car-sequencing problem". European Journal of Operational Research 197(3), pp. 1185-1191. DOI: 10.1016/j.ejor.2008.03.033

Parrello, B.D., Kabat, W.C., Wos, L. (1986). "Job-shop scheduling using automated reasoning: A case study of the car-sequencing problem". Journal of Automated reasoning 2(1), pp. 1-42. DOI: 10.1007/BF00246021

Ribeiro, C.C., Aloise, D., Noronha, T.F., Rocha, C., Urrutia, S. (2008). "An efficient implementation of a VNS/ILS heuristic for a real-life car sequencing problem". European Journal of Operational Research 191(3), pp. 596-611. DOI: 10.1016/j.ejor.2007.02.003

Siala, M., Hebrard, E., Huguet, M.J. (2015). "A study of constraint programming heuristics for the car-sequencing problem". Engineering Applications of Artificial Intelligence 38 (2015), pp. 34–44. DOI: 10.1016/j.engappai.2014.10.009

Yano, C.A., Rachamadugu, R. (1991). "Sequencing to Minimize Work Overload in Assembly Lines with Product Options" Management Science 37(5), pp. 572-586. DOI: 10.1287/mnsc.37.5.572