# UN CASO PRÁCTICO DE LA OPTIMIZACIÓN DE LA PRODUCCIÓN EN MÁQUINAS EN PARALELO CON TIEMPOS DE CAMBIO DEPENDIENTES

# Andrea Rosales Sanabria\*, Edgar Possani Espinosa

Departamento de Matemáticas
Instituto Tecnológico Autónomo de México
Río Hondo No.1, C.P. 01080 Distrito Federal, México, México
andrea.rosales@gmodelo.com.mx, epossani@itam.mx

Palabras Clave: máquinas en paralelo, heurísticas, optimización, flowshop, tiempo de cambios dependientes

Resumen: En este trabajo atacamos un problema de planeación de la producción de una empresa trasnacional dedicada en parte a la fabricación de jabones. El entorno de producción consta de varias líneas en paralelo cada una un flowshop donde se desea optimizar la utilización de los recursos. Se proponen y evalúan dos propuestas para el problema de optimización mediante la utilización de varias heurísticas para mejorar los tiempos de producción y evaluar la posibilidad de flexibilizar las líneas obteniendo ahorros importantes para la empresa.

#### 1. Introducción

La secuenciación y programación de tareas es un proceso de toma de decisiones que juega un papel importante en cualquier industria. En la actualidad los constantes cambios en las necesidades de los consumidores, avances tecnológicos y las exigencias en el mercado, han obligado a las empresas a tener líneas de producción más flexibles con corridas de producción más cortas lo que implica un incremento en los cambios de producto y la necesidad de encontrar la secuencia óptima de producción para agilizar los tiempos de entrega. La empresa que se analizó es una empresa internacional con una gran variedad de productos tanto de cuidado personal como para el cuidado del hogar. Dentro de la rama de cuidado personal, el producto estrella es el jabón de barra. La empresa cuenta con 19 marcas y cada marca cuenta con distintas presentaciones y distintos gramajes. Al tener una gran cantidad de marcas y presentaciones de jabón, las líneas de producción tienen que estar en constante cambio de producto para satisfacer la demanda.

En el periodo del tiempo considerado para este estudio el promedio diario de cambio de producto fue de 308 minutos, es decir, durante 5.13 horas las líneas de producción estuvieron sin operación. En promedio a la semana hay 17 cambios. Esto implica que a la semana existía una pérdida de 87.21 horas de producción en promedio. Si se toma en cuenta que a la semana hay un tiempo de producción de 168 horas entonces el 52% del tiempo de producción es tiempo en el que la línea está parada. En términos monetarios, el costo de conversión por caja era en promedio de \$45. En promedio se producen 17,500 cajas al día, es decir, cada hora se producen 730 cajas. Por lo que a la semana se dejaron de producir 16,154 cajas, lo que se puede traducir en una pérdida potencial de \$726,930. Lo anterior demuestra la importancia de desarrollar modelos y soluciones que ayuden a mejorar la eficiencia de la producción.

## 2. Descripción del entorno, problemática y evaluaciones a realizar

La planta de jabones está compuesta por siete líneas de producción en paralelo de las cuales dos son de alta velocidad y las restantes cinco son de baja velocidad. A su vez en cada línea de producción todas las operaciones o tareas deben seguir la misma ruta y cada tarea debe ser procesada en cada una de las máquinas. Las máquinas que conforman cada línea son: 1) refinador preliminar, 2) refinador final, 3)

\_

<sup>\*</sup> Ponente

cortadora, 4) troquel, 5) envolvedora y casepacker o BFB, según sea el caso en función de la presentación final del producto. Cada línea se puede modelar como un *flowshop* y las líneas se pueden modelar como máquinas en paralelo.

Así mismo, las restricciones y limitaciones del proceso son del tipo blocking, el producto terminado en un máquina debe esperar a que la siguiente este libre para empezar su procesamiento en ella. Otra característica importante es que los tiempos de cambio entre las tareas dependen tanto de la variante de jabón a ser procesada como de la variante de jabón que le precede. Este tiempo de cambio es asimétrico y está conformado por tres elementos principales:

- Tiempo previo. Incluye la limpieza de bandas que van del amalgamador al refinador preliminar. Este tipo de limpieza puede iniciar aun cuando la línea de producción no ha parado.
- Tiempo de limpieza y formatos. Incluye la limpieza de las bandas que van del refinador preliminar al refinador final. También incluye la limpieza del compresor, refinador, cortadora, troquel y envolvedora. Estas limpiezas pueden iniciar una vez que la línea ha parado
- Tiempo de ramp-up. Se refiere al tiempo de arranque y ajustes finales de la línea de producción.

Se ha hecho un análisis detallado del comportamiento histórico de estos tiempos para estimar una distribución de los tiempos de cambio entre diversas tareas para cada línea de producción. Es política de la empresa que los productos de exportación se programen en las líneas de alta velocidad que serán denotadas por L1 y L2 y los productos nacionales en las demás líneas identificadas como: L3, L4, L5, L6 y L7. Actualmente, se programan variantes específicas para cada línea pues no todas las líneas de producción tienen las piezas necesarias para producir todas las variantes. La empresa desea poder aumentar los tiempos disponibles de producción en cada línea, con dos posibles ventajas: aumentar la producción de productos en las líneas, y permitir tener tiempos libres para realizar labores de mantenimiento preventivo en las líneas.

Tomando en cuenta la problemática presentada, se propone hacer un uso eficiente de las líneas de producción a través de dos propuestas:

(Caso 1) aplicar un método de optimización para reducir el tiempo de finalización de la tareas ( $C_{max}$ ) en cada línea de producción considerando las asignaciones actuales de tareas a cada línea. Esto se realiza mediante una secuenciación adecuada de las tareas en cada línea.

(Caso 2) evaluar las ventajas de poder cambiar la asignación de tareas entre diferentes líneas. Es importante notar que en estos momentos no todas las líneas de producción cuentan con las piezas necesarias para producir todas las variantes. La empresa desea ver si un plan de producción adecuado puede justificar el gasto necesario para que cualquier línea produzca cualquier producto.

# 2.2 Metodología a evaluar para el Caso 1

Para la primera propuesta de este trabajo se hace una optimización para cada línea de producción con el objetivo de minimizar el tiempo de finalización de las tareas (C<sub>max</sub>) asignadas a cada línea. Se utilizan corridas históricas para comparar la producción realizada con nuestra propuesta. El problema se reduce a encontrar la secuenciación óptima de las tareas en la línea de tal suerte que la suma total de los tiempos de cambios se minimice. Proponemos una heurística para aproximarnos a la secuenciación óptima. Para encontrar la secuenciación óptima basta con notar que este es equivalente a resolver un problema del agente viajero TSP dónde las ciudades son las tareas a realizar y las distancias son los tiempos de cambio con una ciudad adicional conectada con todas las otras ciudades con distancia cero entre ellas. Se desea evaluar los beneficios obtenidos con respecto al plan original tanto con nuestra heurística como con la óptima obtenida mediante la solución del TSP en cada línea de producción.

# 2.3 Metodología a evaluar para el Caso 2

Para la segunda propuesta de este trabajo se diseña una heurística que primero asigne las tareas a cada línea de producción tomando en cuenta ciertos factores como tiempo de procesamiento, capacidad de los compresores y tiempo disponible de la línea. Posteriormente, se busca obtener secuencias en cada línea

que minimicen el tiempo de finalización de las tareas con la heurística propuesta para el caso 1, y luego realizar una búsqueda local en una etapa de mejora intercambiando tareas entre las líneas y reoptimizando hasta un cierto número de iteraciones de mejora. Se verán las mejoras del plan de producción final obtenido después de varias iteraciones con respecto al plan que se llevó a cabo en el periodo de comparación.

#### 3. Heurísticas y Resultados obtenidos

Existen pocas propuestas de soluciones exactas para problemas similares al que analizamos. El problema de programar tareas en máquinas paralelas con tiempos de cambio dependientes y máquinas dedicadas con blocking es del tipo NP por lo que el desarrollo de heurísticas suele ser el camino de preferencia para obtener soluciones prácticas. De interés podemos mencionar el trabajo de Sundararaghavan et al. en [3] que proponen dos reglas de prioridad para programar las tareas en un ambiente PPF|| $C_{max}$ . La otra referencia relevante, que sirve de inspiración para nuestra heurística, es el trabajo de Ríos-Mercado y Brad en [2] que presentan una heurística para el problema  $F_m \mid s_{ijk}$ , prmu  $\mid C_{max}$ . Su trabajo incluye dos heurísticas y una fase de búsqueda local. Una de las heurísticas está basada en la idea de Nawaz et al., en [1] que ha sido muy exitosa para flowshops generales sin tiempos de cambio. El otro algoritmo que se desarrolla es un procedimiento voraz aleatorio de búsqueda adaptativa (GRASP). A continuación describimos una adaptación de la heurística NEHTRB de Ríos-Mercado y Brad [2] que proponemos para nuestro problema que llamaremos NEHTRBR.

#### 3.1 Heurística NEHTRBR

Este procedimiento recibe como valores de entrada la lista de tareas a procesar en la línea de producción, el tiempo de procesamiento y cambio de cada tarea en la línea donde se van a procesar. Como valores de salida se obtienen la mejor secuencia factible encontrada y el tiempo total de cambio correspondiente.

El procedimiento empieza por ordenar las tareas de forma ascendente según su tiempo de procesamiento, guardándola en una lista de tareas priorizada. Se irá construyendo una secuencia de tarea en esa línea empezando con la primer tarea h no programada aún de la lista priorizada y se evalúan las posibles posiciones en las que puede ser colocada. Se escoge la mejor de ellas; en esta búsqueda por la mejor posición se mantiene el orden relativo de la demás tareas ya secuenciadas y se escoge la posición que minimice el tiempo total de cambio entre las tareas secuenciadas incluyendo h. Es decir, se va construyendo una secuencia parcial de tareas de tal suerte que se optimiza la inserción de cada nueva tarea h, minimizando los tiempos de cambio. Este procedimiento se repite hasta que se asigna la última tarea en la lista y así se obtenga una secuencia con su correspondiente tiempo total de cambio.

## 3.2 Procedimiento de mejora 2-Opt

Para la fase de mejora se utiliza el método de búsqueda local 2-opt- El procedimiento recibe como valores de entrada la mejor secuencia encontrada por la heurística NEHTRBR y la línea de producción con la que se está trabajando.

Se lleva una lista de tareas por inspeccionar L (inicialmente L contiene a todas la tareas a procesarse en la línea de producción). Sea  $l \in L$  la tarea a inspeccionar, se intercambia esta tarea con una tarea j (diferente de l) que pertenezca a L para generar una nueva secuencia, si esta nueva secuencia tiene un menor tiempo de cambio se hace el intercambio de tareas entre las tareas l y j en la secuencia original, y se considera a l como una tarea inspeccionada. En caso contrario (que no se reduzca el tiempo de cambio total en la secuencia) se escoge otra j que pertenezca a L, y así hasta que todas las j en L se han evaluado al intercambiarse con l, en cuyo caso quita a l de L, decimos que l ya fue inspeccionada. Se repite el procedimiento hasta que todas las tareas de L han sido inspeccionadas y L esté vacía.

#### 3.3 HeurísticaARS

La HeurísticaARS consiste en dos fases: una fase de construcción y una fase mejora. Durante la fase de construcción, se construye una solución factible. Esto se hace calculando los tiempos de procesamiento para cada tarea en cada línea de producción, se elige el menor tiempo de procesamiento para cada tarea y se asigna a la línea correspondiente. En caso de que la línea este completa, es decir, que se haya

alcanzado el tiempo disponible de la línea, entonces se elige el siguiente menor tiempo de procesamiento y se asigna a dicha línea, se sigue así hasta que la tarea haya sido asignada.

Cada vez que se quiere insertar una tarea en una línea de producción, se manda a llamar a los procedimientos NEHTRBR y 2-Opt, descritos en las subsecciones anteriores con la lista de tareas asignadas hasta ese momento en esa línea. El primero de ellos encuentra la mejor posición para insertar una nueva tarea en la secuencia, ocasionando el menor incremento en el tiempo de finalización parcial. El procedimiento 2-Opt, a través de una búsqueda local, mejora la secuencia actual con el objetivo de minimizar el tiempo de finalización y poder programar más tareas si el tiempo disponible de la línea lo permite.

Una vez concluida la fase de construcción se aplica una fase de mejora inter-línea. En esta fase de mejora se seleccionan dos líneas al azar y se escoge una tarea al azar en cada una de las dos líneas seleccionadas y se intercambian estas tareas. La inserción de la tarea en la secuencia se realiza sólo si se cumple: (1) que el tiempo disponible de la línea lo permite y (2) si se mejora el tiempo de finalización, es decir, si el tiempo de finalización con el intercambio de tareas es menor al tiempo de finalización actual entonces se realiza el intercambio, en otro caso las secuencias no se modifican. Se repite esta selección aleatoria de tareas en las líneas k veces, donde k también es un número aleatorio que cambia cada iteración. La fase de mejora se repite hasta un número de iteraciones dado. Se prueban distintos valores de este número de iteraciones.

## 3.4 Resultados

Se implementa la heurística NEHTRBR y 2-Opt en cada línea y se compara con la solución óptima obtenida al correr el TSP para ver qué tan buena es la implementación de estas dos heurísticas. Los procedimientos NEHTRBR, 2-Opt, HeurísticaARS y las rutinas de soporte se programaron en Matlab. El TSP se resolvió en R utilizando la interfaz del Concorde. El objetivo es ver qué tanto se mejora en ambos casos la producción histórica observada, se evalúan 3 características: a) reducción en el tiempo total de cambio, b) reducción en el tiempo de finalización de las tareas asignadas a cada línea y c) el número adicional de cajas pudieran producirse debido a la reducción de tiempo y tiempo que la empresa podría tener disponible para labores de mantenimiento dada la reducción.

#### 3.4.1 Caso 1

Se escogieron dos periodos para evaluar la heurística: el plan de producción de octubre del 2010 y el de abril del 2011. Los resultados se comparan con los resultados obtenidos al aplicar el TSP en cada línea de producción.

En la siguiente tabla se comparan ambos métodos respecto a la mejoría encontrada en tiempo de cambio contra el tiempo de cambio de la secuencia original así como el tiempo de ejecución.

| Producción Octubre 2010 |                             |     |  |
|-------------------------|-----------------------------|-----|--|
| Línea                   | NEHTRBR y fase<br>de mejora | TSP |  |
| L1                      | 12%                         | 12% |  |
| L2                      | 10%                         | 10% |  |
| L3                      | 14%                         | 16% |  |
| L4                      | 13%                         | 13% |  |
| L5                      | 5%                          | 19% |  |
| L6                      | 5%                          | 5%  |  |
| L7                      | 3%                          | 9%  |  |

| Producción Abril 2011 |                          |     |  |
|-----------------------|--------------------------|-----|--|
| Línea                 | NEHTRBR y fase de mejora | TSP |  |
| L1                    | 3%                       | 3%  |  |
| L2                    | 25%                      | 26% |  |
| L3                    | 19%                      | 20% |  |
| L4                    | 22%                      | 22% |  |
| L5                    | 5%                       | 15% |  |
| L6                    | 14%                      | 14% |  |
| L7                    | 2%                       | 9%  |  |

| Tiempo<br>ejecución (seg) | 0.1882 | 0.52 |  |
|---------------------------|--------|------|--|
|---------------------------|--------|------|--|

| Tiempo<br>ejecución (seg) | 0.1586 | 0.59 |
|---------------------------|--------|------|
|---------------------------|--------|------|

El procedimiento NEHTRBR junto con la fase de mejora lograron reducir el tiempo de cambio total un 9% y 14% para los planes de producción de octubre del 2010 y abril del 2011, respectivamente, comparado con el 13% y 17% que se logró utilizando el TSP. Como se puede observar la heurística en algunos casos logra obtener el resultado óptimo (el del TSP) en diferentes líneas, y siempre logra reducir los tiempo de cambios en todas la líneas. Aunque el TSP reduce alrededor de 5% más los tiempos de cambio total, tenemos que el tiempo de ejecución para resolver el problema es tres veces más tiempo en promedio que NEHTRBR. De allí que para una solución rápida se sugiere NEHTRBR y para una solución de calidad la implementación del TSP.

En la siguiente tabla se presenta la reducción total en minutos en todas las líneas de producción y en número de cajas adicionales que se pueden producir gracias a esta reducción.

| Reducción en Minutos |       |       |  |
|----------------------|-------|-------|--|
| Plan de producción   |       |       |  |
| Octubre 2010         | 908   | 1,283 |  |
| Abril 2011           | 1,551 | 1,869 |  |

| Beneficio en Cajas |        |        |  |
|--------------------|--------|--------|--|
| Plan de producción | TSP    |        |  |
| Octubre 2010       | 11,035 | 15,592 |  |
| Abril 2011         | 18,849 | 22,714 |  |

Es importante notar que la rutina NEHTRBR con la fase de mejora se implementó en una hoja de cálculo utilizando VBA para ser utilizada por los planeadores en la planta de jabones, con importantes beneficios para la empresa. Este cambio fue bienvenido porque no implicaba una compra adicional de material, era de fácil utilización y se podía constatar las ventajas inmediatas de utilizarlo.

#### 3.4.1 Caso 2

Se corrió una prueba para el plan de producción de enero del 2009. Se utiliza la heurística HeurísticaARS y los resultados se comparan con los datos reales del plan de producción. Se corrieron distintas pruebas para el mismo plan de producción con diferentes criterios de paro. Dado que la heurística elige posiciones al azar e intercambia tareas entre las líneas de forma aleatoria, se decidió hacer varias corridas para el mismo criterio de paro y se promedió el resultado obtenido de cada corrida.

La tabla nos permite analizar el desempeño promedio de la heurística al mostrar los resultados obtenidos al correr 5 veces la heurística para 50, 100, 200, 300, 400 y 500 iteraciones.

|                       | Cuadro Comparativo de Iteraciones   |                            |          |                                    |
|-----------------------|---|----------------------------|----------|------------------------------------|
| Producción            | Producción enero 2009 (reducción en minutos totales ahorrados entre todas las líneas) |                            |          |                                    |
| Número de iteraciones | Mínima<br>Reducción<br>(minutos)  | Máxima Reducción (minutos) | Promedio | Tiempo promedio de ejecución (seg) |
| 50                    | 2,017   | 2,978                      | 2,350    | 0.3072                             |
| 100                   | 4,210   | 4,907                      | 4,643    | 0.8643                             |
| 200                   | 4,160   | 7,886                      | 6,179    | 1.0657                             |
| 300                   | 4,218   | 8,714                      | 6,745    | 1.1659                             |
| 400                   | 4,457   | 8,885                      | 6,943    | 1.2250                             |
| 500                   | 4,118   | 8,895                      | 7,045    | 1.3049                             |

Vemos que es importante realizar varias iteraciones de la fase de mejora inter-línea de producción cuando se corre la HeurísticaARS. La mejora promedio se incrementa y podemos ver que en el peor de los casos la mejora no es menor a 4,000 minutos en total. La reducción promedio y máxima no sufre grandes cambios para 300, 400 y 500 iteraciones. Analizando con más detalle los planes mejorados vemos que muchas veces la mejora se debe a un incremento en el número de tareas que se pueden procesar en la línea de las que fueron programadas originalmente por el planeador de jabones, o bien se procesan menos tareas pero un mayor tonelaje del que se había planeado. Algo interesante es que a veces se podría inclusive parar por completo ciertas líneas de producción, lo que puede ser beneficioso para realizar mantenimientos en las líneas.

La implementación de la HeurísticaARS para generar un plan de producción adecuado y cambiar la forma en que trabaja la empresa en promedio daría beneficios adicionales del 13% de disminución de tiempo de finalización en cada línea. La empresa tendrá que hacer una inversión para tener las piezas necesarias para producir todas las variantes en todas las líneas y tendría que evaluar si este costo se amortiza con los beneficios obtenidos por: la reducción del tiempo de finalización, el posible aumento de la producción y la posibilidad de mantenimiento de líneas sin disminuir la producción.

## 4. Conclusiones y trabajo futuro

Se comprobó que hay espacio para mejorar la secuenciación de tareas mediante una heurística simple (NEHTRBR y búsqueda local 2-Opt) para las líneas de producción sin costos adicionales para la empresa, con un mejor uso de los activos y empleo eficiente de las líneas de producción. Este se implementó y está siendo usado por la empresa.

Otra contribución del trabajo se centró en el desarrollo de la heurística HeurísticaARS para programar las tareas en las líneas de producción de la mejor manera posible con el objetivo de minimizar el tiempo de finalización de las mismas. La heurística incluye una fase de construcción donde las tareas son asignadas a las líneas de producción obteniendo una secuencia factible la cual será modificada en una fase de mejora para obtener una secuencia óptima para el problema. Esta es una herramienta que le permitirá a la empresa evaluar si vale la pena la inversión en maquinaria adicional para flexibilizar sus líneas de producción.

Sería de interés hacer una análisis con un mayor número de periodos y sugerir otras heurísticas que también integren pronósticos de la demanda así como el tipo de productos a realizarse en el tiempo adicional obtenido al optimizar los tiempos de finalización de las tares en las distintas líneas. Otra línea de investigación futura es integrar la información sobre la distribución de los tiempos de cambio para realizar una optimización que considere la estocasidad en los tiempos de cambio.

#### Referencias

- [1] Nawaz, M., Enscore Jr., E.E. y Ham I. (1983) "A heuristic algorithm for the *m*-machine, *n*-job, flow shop sequencing problem" *OMEGA The International Journal of Management Science*, 11, 91-95.
- [2] Ríos-Mercado, Roger y Brad, Jonathan. (1998) "Heuristic for the flow line problem with setup costs." *European Journal of Operational Research*. 110, 76-98.
- [3] Sundararaghavan, P.S., Kunnathur, A.S. y Viswanathan, I. (1997) "Minimizing Makespan in Parallel Flow Shops" *The Journal of Operational Research Society*, 48, 834-842.