REAGRUPAMENTO CAPACITADO MULTICRITÉRIO: PROBLEMA DE REDISTRITAMENTO DE LOTES DE FATURAMENTO

Laura Silva de Assis
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação - UNICAMP
Cidade Universitária Zeferino Vaz, Av. Albert Einstein, 400. CEP.:13083-852, Campinas - SP
E-mail: laura.assis@gmail.com

Paulo Morelato França
Departamento de Matemática, Estatística e Computação - FCT/UNESP
R. Roberto Simonsen, 305. CEP: 19060-900, Presidente Prudente - SP
E-mail: paulo.morelato@fct.unesp.br

Fábio Luiz Usberti
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação - UNICAMP
Cidade Universitária Zeferino Vaz, Av. Albert Einstein, 400. CEP:13083-852, Campinas - SP
E-mail: fusberti@yahoo.com

Resumo

O problema de agrupamento capacitado consiste em realizar o particionamento de uma região em distritos que obedeçam a um ou mais critérios. Neste trabalho é apresentada uma metodologia para solucionar o problema de agrupamento capacitado multicritério (PACM), no qual se deseja agrupar unidades territoriais, em um número fixo de agrupamentos com capacidade limitada e sujeito a mais de um critério de otimização. Neste trabalho, o PACM está ambientado em um problema de reagrupamento de lotes urbanos, nos quais devem ser realizadas as leituras dos medidores de energia elétrica por concessionárias de distribuição de energia. O problema de reagrupamento surge sempre que a atual conformação dos distritos fica obsoleta. A metodologia utilizada para resolver este problema consiste em uma heurística construtiva gulosa com enfoque multicritério. Os experimentos computacionais, que incluem uma rede real de grande porte, demonstram a eficiência do método.

PALAVRAS-CHAVE: Agrupamento Capacitado, Metaheurísticas, Otimização Multicritério, Otimização Combinatória.

Abstract

The capacitated districting problem consists of performing the partitioning of a region into districts that comply with one or more criteria. A methodology to solve the multicriteria capacitated redistricting problem (PACM) is presented in this paper, in which capacitated clusters of territorial units must be designed following some performance criteria. In this work, the PACM is applied to a problem faced by an electric energy utility which wants to reassign clients to clusters used to perform energy consumption measurements. The redistricting problem appears when the current configuration of the districts is obsolete. The method used to solve this problem is a greedy multicriteria constructive heuristic. The computational experiments,which includes a real large scale network, revels the effectiveness of the approach.

KEYWORDS: Capacitated Clustering, Metaheuristic, Optimization multicriteria, Combinatorial Optimization.

1 Introdução

Os problemas de distritamento (PD) são problemas de otimização combinatória, que possuem o objetivo de agrupar n unidades territoriais contíguas em p agrupamentos ($p < n$), buscando encontrar a melhor solução de acordo com um critério de otimização.

Dentre alguns trabalhos dedicados ao PD [1] destaca-se Ríos-Mercado e Fernández (2007) que apresentam uma metaheurística (GRASP) para resolver o problema de design territorial aplicado a uma empresa de distribuição de bebidas da cidade de Monterrey, México. Basicamente o GRASP possui duas fases: construção e pós-processamento, sendo que a primeira fase tenta construir uma solução inicial factível e a segunda tenta melhorá-la a partir de uma busca local (BL). Como a maior parte do tempo computacional gasto pelo algoritmo se dá na BL, os autores implementaram um filtro para evitar que a busca local seja executada para soluções não promissoras, acelerando o algoritmo. Os experimentos computacionais mostram a eficiência desse algoritmo, produzindo melhorias significativas comparando as soluções obtidas na heurística construtiva e as soluções da busca local.

França et al. (2007) apresentam um problema de agrupamento capacitado multicritério (PACM) aplicado ao problema de redefinição de lotes urbanos de faturamento de uma empresa de distribuição de energia elétrica. O PACM abordado é tratado como o problema de p-medianas capacitado e os autores propõem duas abordagens construtivas para resolvê-lo baseadas em melhorias de estratégias já utilizadas, resultando em novas heurísticas. Os estudos comparativos entre os algoritmos originais e os modificados revelaram que esses últimos se sobressaíram em termos de qualidade das soluções obtidas. No entando uma desvantagem dessa abordagem, de acordo com os autores, reside na dificuldade em obter soluções sem enclaves, soluções cujos lotes são subgrafos conexos.

Assis et al. (2009) apresentam um PACM aplicado ao problema da divisão em territórios de uma área de concessão de energia, por uma distribuidora, a fim de realizar a leitura dos medidores de energia de cada território separadamente. Este problema foi tratado como um problema de distritamento hierárquico com dois critérios. O critério geográfico, que procura obter territórios compactos e com cargas de trabalho semelhantes, e o critério de conformidade que busca por territórios que mantenham a associação rótulo original/território. Otimiza-se o primeiro critério e a partir da melhor solução obtida otimiza-se o segundo. Neste trabalho utilizou-se a metaheurística GRASP e os resultados obtidos para o problema hierárquico mostraram a eficiência do algoritmo produzindo soluções sem enclaves para instâncias reais.

Este artigo apresenta um PACM aplicado ao problema de reagrupamento de lotes urbanos, o qual corresponde à tarefa que concessionárias de distribuição de energia elétrica devem desempenhar mensalmente para medir o consumo de energia gasta nas unidades consumidoras de sua área de concessão, sendo que esse consumo alimenta a fatura que é enviada a cada cliente.

O foco do problema se encontra nos clientes residenciais, que formam um enorme contingente de clientes que requerem uma complexa e sistemática realização de tarefas, começando com a repartição da área de concessão em unidades regionais que, por sua vez, são divididas em lotes de faturamento. Dentro de cada lote (também chamados de agrupamentos) encontram-se definidas as rotas que são percorridas pelos leituristas mensalmente.

Um problema encontrado é que muitas concessionárias às vezes não dispõem de um plano otimizado de leitura. Mesmo as que possuem tal plano, sofrem um desequilíbrio entre os lotes e suas rotas,fato que acontece devido ao crescimento vegetativo do mercado, de sua aglomeração, das transformações urbanas e da expansão do seu sistema elétrico.

Por esse motivo, a tarefa que se deseja cumprir, após a constatação da degradação da atual configuração dos territórios, é a de redefinir os limites geográficos dos territórios, procurando

[1] Maiores informações sobre problemas de distritamento podem ser encontradas em: http://www.springerlink.com/content/e2440556382017tp/fulltext.pdf.

equilibrar suas cargas de leitura, porém sem desprezar os seus formatos e procurando manter tanto quanto possível a associação cliente e a data de leitura de seu medidor.

2 Otimização Multiobjetivo

Muitos problemas de otimização admitem mais de uma função objetivo, em geral conflitantes e são denominados problemas de otimização multiobjetivo (POM). Os modelos multiobjetivo permitem considerar simultaneamente todos os possíveis objetivos do problema. Um POM pode ser definido como a otimização de uma função vetorial, cujos elementos representam cada uma das funções-objetivo. Diversos problemas do mundo real apresentam um conjunto de objetivos a serem otimizados, na maioria das vezes conflitantes, onde a melhoria em algum(uns) objetivo(s) causa(m) uma deterioração em outro(s).

Uma solução Pareto-ótima (Pardalos, (2007)) também denominada como solução não-dominada é aquela em que um acréscimo em um dos objetivos resulta na degradação de outro(s) (Ferreira (1999)).

A busca por todas soluções Pareto-ótimas é caro computacionalmente porque geralmente existe um número exponencial (ou infinito) de soluções Pareto-ótimas.

Matematicamente um problema de otimização multiobjetivo pode ser escrito da forma:

$$\begin{array}{ll} min & f(x) \\ S.a. & x \in X \end{array} \tag{1}$$

Onde $X \subseteq \Re$ é um conjunto não vazio, $f(x) = (f_1, f_2, \cdots, f_k)^T : X \rightarrow \Re^k$ é um vetor de funções objetivos.

A região factível X é geralmente expressa por um número de restrições de desigualdades que é $X = \{x \in \Re^n | g_j(x) \leq 0,\ j = 1, 2, \cdots, l\}$. Se todas as funções objetivos e as restrições são lineares então trata-se de um problema de programação multiobjetivo linear, se pelo menos uma função ou restrição é não linear então tem-se um problema de otimização multiobjetivo não linear (Pardalos (2007)).

2.1 Métodos de Resolução

Nesta seção são apresentados os métodos determinísticos mais populares para resolver o POM.

- **Método da ponderação:**

  Esse é o método de otimização multiobjetivo tradicionalmente mais utilizado, onde cada função objetivo é ponderada de acordo com sua importância para o decisor. Esses pesos são usados para expressar uma única função objetivo combinada para avaliar a decisão. Assim é definido um peso para cada função objetivo, $w \in W = \{w : w \in \Re^k,\ w_i \geq 0$ e $\sum_{i=1}^{k} w_i = 1\}$. Este método resulta na resolução do problema:

$$\begin{array}{ll} min & \sum_{i=1}^{k} w_i f_i(x) \\ S.a. & x \in X \end{array} \tag{2}$$

  O método é útil na geração de subconjuntos de soluções de acordo com as preferências indicadas pelo vetor de pesos w.

- **Método das ε-restrições:**

  Baseado na minimização do objetivo de maior prioridade, transformando os outros objetivos em restrições de desigualdade. O método consiste na resolução de problemas $P(\varepsilon), \varepsilon = [\varepsilon_1, \varepsilon_2, \cdots, \varepsilon_k]$:

$$\begin{array}{ll} min & f_i(x) \\ S.a. & f_j \leq \varepsilon_j \quad \forall j \neq i \\ & x \in X \end{array} \tag{3}$$

  Variando convenientemente os limitantes ε_i, é possível gerar o conjunto Pareto-ótimo mesmo quando o espaço das funções objetivo é não-convexo. Uma dificuldade encontrada é a definição de valores para ε_i que garanta uma solucão factível.

3 Apresentação do Problema

O PACM é um problema de otimização combinatória o qual foi demonstrado pertencer a classe NP-difícil (Garey (1979)). Este problema pode ser definido a partir de um dado conjunto de clientes, onde cada um possui pesos associados (custos numéricos referentes ao tempo de leitura e número de medidores). Estes clientes devem ser agrupados em p lotes [2] distintos, cada grupo com uma capacidade desejada, sendo que a soma dos pesos de cada cliente atribuído ao agrupamento não deve ultrapassar sua capacidade. Além disso, o problema é regido por múltiplos critérios de otimização e deve atender as seguintes exigências:

- Todos os clientes devem ser atribuídos a um, e somente um, agrupamento;
- Os clientes devem ser particionados em exatamente p agrupamentos;
- Os agrupamentos devem ser formados de maneira que permaneçam contíguos;

Os critérios utilizados neste trabalho são descritos a seguir:

1. **Critério de Homogeneidade:** Os novos lotes devem ser os mais homogêneos possível quanto à carga de trabalho da equipe de leituristas, para obter uma minimização dos custos operacionais de mão-de-obra.
2. **Critério de Compacidade:** A forma geográfica dos novos lotes deve ser a mais compacta possível, para que a definição posterior de suas rotas de leitura seja eficiente, dado que formas de lotes alongadas e tortuosas tendem a dificultar o traçado de boas rotas.
3. **Critério de Conformidade:** Os novos lotes devem alterar o mínimo possível as atuais associações entre consumidores e suas datas de leitura.

O PACM foi representado por um grafo conexo não-orientado $G(V,E)$ onde V é o conjunto dos n nós e E o conjunto das m arestas do grafo. A relação entre o grafo e a planta urbana da região que se deseja agrupar é obtida associando um nó a cada cruzamento da planta e uma aresta a cada segmento de rua entre dois cruzamentos. A Figura 1 mostra o grafo obtido para uma região de estudo.

Cada nó i do grafo possui alguns parâmetros associados, como as coordenadas geográficas e duas atividades mensuráveis. Conhecendo as coordenadas (x,y) de cada nó, é possível calcular a distância euclidiana entre cada par de nós, dada por: $d_{i,j} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$. Seja w_i^a o valor da atividade a no nó i, sendo que w_i^1 representa o número de medidores e w_i^2 o tempo de

[2] Neste trabalho os termos lote e agrupamento são sinônimos.

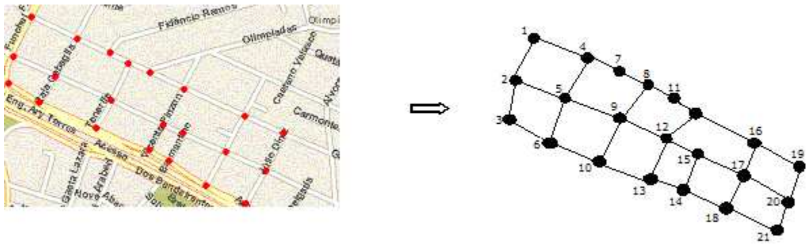


Figura 1: Associação entre a planta de uma região e o grafo.

leitura desses medidores referente ao nó i. Essas atividades estão relacionadas às arestas, pelo fato dos medidores se localizarem nos imóveis ao longo das ruas, então é coerente que cada w_i^a seja calculado como uma composição proporcional de cada atividade das arestas incidentes ao nó i. Na Figura 2, é mostrada uma parte de um grafo e o valor das atividades associadas às arestas. Como cada aresta incide em apenas dois nós, o valor de w_i^a é dado pela soma da metade dos valores da atividade a, contidos em cada aresta incidente ao nó i.

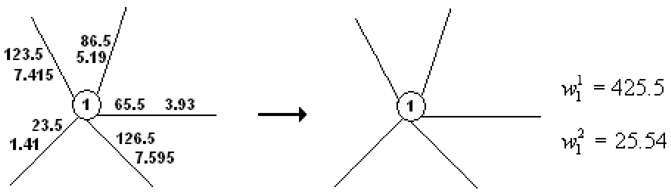


Figura 2: Cálculo do valor de cada atividade para um nó.

Um território é formado por um subconjunto V_k de nós onde $V_k \subseteq V$. A quantidade total de territórios que deve ser formada é dada por um parâmetro p. Ao obter uma solução, cada nó do grafo deve estar atribuído a um território, dessa forma o conjunto de territórios formados por V_k, sendo $k = 1, \cdots, p$, definem uma partição de V.

Para obter territórios balanceados com respeito ao valor de cada atividade, é definido o tamanho do território V_k referente a atividade a, dado por: $w^a(V_k) = \sum_{i \in V_k} w_i^a$. O ideal seria ter todos os territórios de uma solução perfeitamente balanceados, porém na prática isso é muito improvável devido à estrutura discreta do problema e à restrição de atribuição exclusiva de cada nó. Por esse motivo é definido o nível de atividade desejado para cada território dado por: $\mu^a = w^a(V)/p$. Baseado no valor de μ^a, pode-se calcular o desvio da meta, ou seja, quão longe a solução está do ideal, referente a carga dos territórios. Esse desvio para um território V_k é dado por: $\sum_{a=1}^{A} \left(\frac{w^a(V_k) - \mu_a}{w_a(V) - \mu_a + 1} \right)^2$, sendo que $w_a(V)$ é o valor da atividade a para todo o grafo.

4 Modelo Matemático

Os critérios de otimização do PACM abordado neste trabalho foram reduzidos em dois: *critério geográfico*, que une o critério de homogeneidade com o critério de compacidade, e o *critério de conformidade*. Estes critérios são definidos e modelados a seguir:

Critério Geográfico: Deseja-se minimizar a maior distância euclidiana entre um par de nós de um território e minimizar o desvio dos níveis das atividades dos nós (em relação aos níveis desejados) associados a cada território k.

Variáveis de decisão:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se o nó } j \text{ está atribuído ao território com centro } i;\ i \in V; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$y_i = \begin{cases} 1, & \text{se o centro de um território está localizado no nó } i; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Critério de Conformidade: Maximizar a quantidade de medidores que permanecem em um território com o mesmo rótulo do seu território de origem.

Variáveis de decisão:

$$r_{kl} = \begin{cases} 1, & \text{se o território } k \text{ passar a ter rótulo } l; \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Matriz de Custo:

$$c_{kl} = \begin{cases} & \text{número de medidores do território } k \\ & \text{que originalmente estavam com o rótulo } l; \end{cases}$$

O modelo matemático pode ser formulado da forma:

$$min \qquad f_1(S) = \lambda F(S) + (1-\lambda)G(S) \tag{4}$$

$$max \qquad f_2(S) = \sum_{k=1}^{p}\sum_{l=1}^{p} c_{kl} r_{kl} \tag{5}$$

$$S.a.$$

$$\sum_{i\in V} x_{ij} = 1 \qquad j \in V \tag{6}$$

$$\sum_{i\in V} y_i = p \tag{7}$$

$$x_{ij} \leq y_i \qquad \forall\ i,j \in V \tag{8}$$

$$\sum_{j\in \cup_{v\in D} N^v \setminus D} x_{ij} - \sum_{j\in D} x_{ij} \geq 1 - |D| \qquad i \in V; D \subset V \setminus (N^i \cup \{i\}) \tag{9}$$

$$\sum_{k=1}^{p} r_{kl} = 1 \qquad \forall\ l = \{1,\cdots,p\} \tag{10}$$

$$\sum_{l=1}^{p} r_{kl} = 1 \qquad \forall\ k = \{1,\cdots,p\} \tag{11}$$

$$x_{ij},\quad y_i \quad , r_{kl} \quad \in \{0,1\} \qquad i,j \in V \tag{12}$$

$$F(S) = \left(\frac{1}{Pd_{max}}\right)\left(\sum_{k=1}^{P}\left\{\max_{i,j\in V_k} d_{ij}\right\}\right) \tag{13}$$

$$G(S) = \sum_{k=1}^{p}\sum_{a=1}^{A} g^a(V_k)$$

$$g^a(V_k) = \left(\frac{w^a(V_k) - \mu_a}{w_a(V) - \mu_a + 1}\right)^2 \tag{14}$$

Sendo S uma solução para o problema, $F(S)$ a medida de dispersão do território baseada na distância euclidiana, $G(S)$ a soma para cada território dos desvios da meta, d_{max} o valor da maior distância euclidiana entre dois nós do grafo, λ o fator de ponderação entre F e G, tal que $\lambda \in [0,1]$. O λ é escolhido pelo decisor de acordo com a importância dada por ele a cada parte da primeira função objetivo. $N \subset V$, sendo que N^i é o subconjunto formado pelos vizinhos do nó i. A Função objetivo (4) minimiza a combinação convexa de $F(S)$ e $G(S)$. A Função objetivo (5) maximiza a quantidade de medidores que permanecem com seu rótulo original. As restrições (6) definem que cada nó do grafo deve ser atribuído a um território. A restrição (7) obriga a formação de exatos p territórios. As restrições (8) obrigam que os nós sejam alocados somente às medianas [3]. As restrições (9) garantem a conectividade dos territórios; essas restrições são similares às usadas em problemas de roteamento para garantir a conectividade das rotas, sendo que existe um número exponencial delas. A Restrição (10) garante que cada rótulo é atribuído a somente um território, a Restrição (11) garante que um território só pode receber um rótulo. As restrições (12) garantem que as variáveis de decisão sejam binárias e as restrições(13) e (14) definem *F(S)* e *G(S)* respectivamente.

5 Algoritmos para o PACM

5.1 Heurística Construtiva Gulosa

Foi implementado uma heurística construtiva gulosa com o objetivo de obter soluções para o problema tratado neste trabalho. A heurística construtiva possui basicamente três fases: Construção, Ajustamento e Rotulação. Na primeira fase é construída uma solução, que pode ser infactível com relação ao número de territórios, tornando-se necessário factibilizá-la, o que é feito na segunda fase. A terceira fase encontra a associação ótima território/rótulo para a solução atual.

Na heurística construtiva implementada foi utilizado o método de ponderação para resolver o POM proposto.

5.1.1 Fase de Construção

Essa fase executa uma heurística construtiva gulosa com o objetivo de obter uma partição em v, ou seja, uma solução para o problema. Para isso, inicia-se um território onde os nós são alocados a ele até atingir o nível desejado de atividade ou até que não existam mais nós vizinhos. O primeiro nó alocado a cada território é sempre o de menor grau e para os demais é utilizada uma função gulosa que avalia os nós candidatos, dada por:

$$\phi(v) = \lambda_1 F_k(v) + \lambda_2 G_k(v)) + \lambda_3 H_k(v) \tag{15}$$

Sendo que:

$$F_k(v) = \left(\frac{1}{d_{\max}}\right) \max\left\{ f(V_k), \max_{j \in V_k} d_{vj} \right\} \tag{16}$$

$$G_k(v) = \sum_{a \in A} w^a(V_k) + \sum_{a \in A} w^a(v) \tag{17}$$

$$H_k(v) = \begin{cases} \frac{-m_v}{M}, \text{se } r_k = r_v; \\ 0, \text{caso contrário.} \end{cases} \tag{18}$$

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1 \tag{19}$$

A função $f(V_k)$ corresponde a maior distância euclidiana entre dois nós do território k, $G_k(v)$ é o nível de atividade no território k somada à atividade do nó candidato v. O método húngaro [4] é

[3] É definido uma mediana para representar cada território, assim um nó pode ser alocado somente a um território.
[4] O método hungaro é um algoritmo exato pra resolver o problema de *assignment* e será abordado posteriormente

executado antes de calcular $H_k(v)$. Após sua execução, com os rótulos definidos para os territórios já criados, o $H_k(v)$ é calculado, medindo para o nó candidato, se seus medidores continuarão com rótulo original caso v seja alocado ao território k. Sendo que m_v é o número de medidores relacionados ao nó candidato v e M é o número total de medidores.

Essa heurística utiliza um parâmetro α para medir a qualidade dos nós candidatos e assim criar uma lista de candidatos restrita (RCL). É utilizado um valor fixo para α sendo que valores pequenos implicam em uma RCL mais restrita tendo valores próximos da escolha gulosa (baixa diversidade), em contra partida, valores altos para α fornecem valores próximos a escolhas puramente aleatórias (grande diversidade), porém muitas soluções com qualidade inferior (Chaves, (2003)).

A heurística construtiva também utiliza um parâmetro de fechamento do território (ρ) para calcular o limitante superior das atividades nos territórios, indicando quando o território corrente deve ser encerrado e um novo território ser aberto. O parâmetro δ é a ponderação entre as duas funções objetivos do problema, este parâmetro é usado também na função de avaliação dos nós candidatos.

5.1.2 Fase de Ajustamento

Essa fase possui o objetivo de tornar factível a solução obtida pela fase de construção quando esta solução não possui exatos p territórios. Sendo q o número de territórios da solução obtida através da heurística construtiva, tem-se duas possibilidades quando a restrição é violada: $q > p$ ou $q < p$.

Quando a solução encontrada possui $q > p$ territórios, a fase de ajustamento realiza a operação de *merge*, onde é feita a união do território que possui o menor tamanho com o seu vizinho de menor tamanho. Quando a solução possui $q < p$ territórios é executado o *split* que consiste em dividir o território de maior tamanho em dois territórios conexos. O *split* é feito executando a heurística construtiva para o subgrafo formado por esse território. Essas duas operações reduzem/aumentam o número de territórios em 1 a cada iteração, então a fase de ajustamento deve ser executada até obter $q = p$.

5.1.3 Fase Rotulação

O objetivo dessa fase é rotular os territórios procurando maximizar a associação rótulo original/rótulo atual de cada território da solução incumbente devidamente ponderado pelo número de medidores associados aos nós. Este problema é equivalente ao problema de designação (*assignment*) (Kuhn, (1995)).

Após a execução da fase construtiva e de ajustamento, o método Húngaro é utilizado para a rotulação dos territórios. Este método consiste em um algoritmo exato para resolver o problema de designação e é usado neste trabalho com o objetivo de encontrar uma alocação de rótulos e territórios com o menor custo possível. Esse algoritmo utiliza uma matriz-Custo não negativa C, de tamanho $p \times p$ sendo que o elemento localizado na k-ésima linha e l-ésima coluna representa o custo de designar o rótulo l ao território k.

6 Experimentos Computacionais

Nessa seção são apresentados os resultados obtidos com a execução do algoritmo implementado para três instâncias, cujas características são apresentadas na Tabela 1.

Para as duas primeiras instâncias, os dados foram gerados aleatoriamente, já a terceira instância é uma rede real cujos dados são referentes a uma área da cidade de São Paulo. A Figura 3 mostra essa região em amarelo. Foram aproveitadas as coordenadas geográficas e as adjacências dessa região, sendo que os pesos das arestas também foram gerados aleatoriamente.

Inst	Qtdde Nós	Qtdde Arestas	N^o Medidores	Tempo de Leitura	N^o de Territórios
1	512	976	$[16,24]$	$[160,240]$	10
2	1024	1984	$[12,28]$	$[120,280]$	20
3	1659	2408	$[12,28]$	$[120,280]$	20

Tabela 1: Características das Redes.

Figura 3: Área de concessão de energia.

A Figura 4 exibe os resultados encontrados pela heurística construtiva. Parâmetros utilizados: $\lambda_1 = 0,1$; $\lambda_2 = 0,4$; $\alpha = 0,3$; $\rho = 0,8$; $LimiteIteracoes = 10000$.

Na Figura 4 os pontos representam todas as soluções encontradas pelo algoritmo, sendo que os pontos ligados são as soluções não-dominadas, representando uma aproximação da curva de Pareto. Observando estes resultados, a heurística construtiva gulosa apresentou uma boa exploração do espaço de soluções, dentre as quais algumas poucas são de fato eficientes (não-dominadas), o que revela a importância de um algoritmo com enfoque multicritério para seleção dessas soluções.

É interessante notar também que a heurística mostrou-se enviesada para certas regiões do espaço e essa característica é mais visível para rede real (Figura 4(c)) que é a rede computacionalmente mais difícil de tratar.

A dispersão das soluções encontradas no espaço de soluções revela uma ampla margem de possibilidade de otimização dessas soluções, por exemplo aplicando-se heurísticas de buscas locais, o que permitirá a descoberta de muitas soluções promissoras, aproximando-as da curva de Pareto.

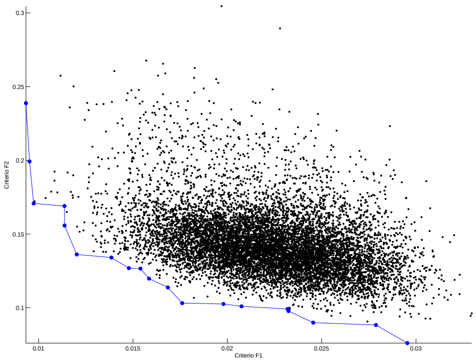
Os resultados numéricos são mostrados na Tabela 2. Os valores exibidos na coluna F_1 são os melhores valores encontrados para o critério geográfico, em F_2 são mostrados os melhores valores encontrados para o critério de conformidade. Iteração F_1 e Iteração F_2 informa em qual iteração do algoritmos foram encontradas as soluções que forneceram esses valores. Por último é mostrado o tempo de execução para cada instância.

Inst	F_1	F_2	Iteração F_1	Iteração F_2	Tempo (min.)
1	$0,009330$	$0,076021$	2648	9235	$2,30$
2	$0,004291$	$0,118114$	6750	4269	$10,64$
3	$0,000646$	$0,118284$	9781	2188	$44,18$

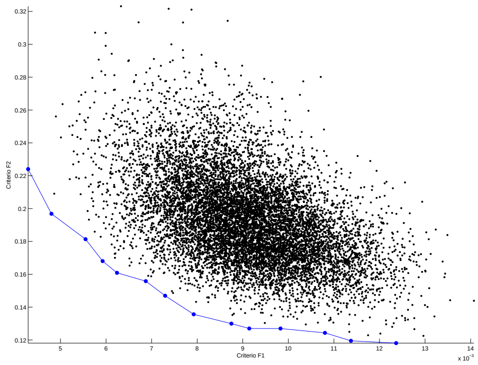
Tabela 2: Resultados Numéricos.

A Figura 5 ilustra a melhor solução não-dominada, referente ao critério geográfico, para a rede de São Paulo.

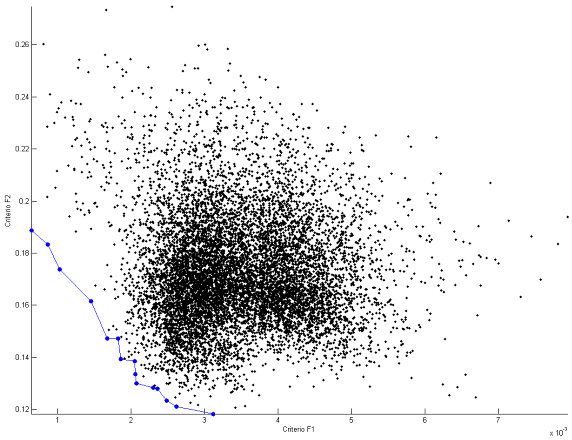
Observando o gráfico mostrado na Figura 5 percebe-se que os territórios estão bem distribuídos e compactos. Esta figura representa a solução da extrema esquerda da curva de soluções não-dominadas (Figura 4(c)). O número de medidores que permaneceram com seu rótulo original para a solução com melhor valor de F_2 foram 1459 ($87,94\%$), em contra partida os números de



(a) Instância 1.



(b) Instância 2.



(c) Instância 2.

Figura 4: Soluções não dominadas.

medidores que permaneceram com o mesmo rótulo foram 1317 (79,38%) para a solução com melhor valor de F_1.

Esses resultados são muito importantes para aplicações reais, pois fornecem várias opções de soluções de boa qualidade, permitindo o decisor escolher a solução que melhor atende a companhia de distribuição de energia, dependendo do critério mais adequado às necessidades imediatas. Por exemplo, em uma situação onde os territórios de uma região de concessão de energia de uma companhia foram muito deteriorados com o passar do tempo, devido ao crescimento geográfico. Neste caso, é importante para a companhia obter uma solução que priorize o critério geográfico, obtendo territórios compactos e homogêneos quanto ao nível de atividade de cada território. Por outro lado, quando os territórios já apresentam boa compacidade e homegeneidade, e se trata de uma região que possui consumidores que são bons pagadores, é importante para companhia manter o dia de leitura dos medidores, sustentando assim a data de pagamento da fatura o que, por sua vez proporciona um retorno financeiro mais rápido.

7 Trabalhos Futuros

A heurística construtiva apresentada consiste na primeira etapa de um trabalho em desenvolvimento, cuja próxima etapa consiste na implementação de uma metaheurística multicritério GRASP (*Greedy randomized adaptive search*). A heurística multiobjetivo gulosa obteve sucesso em explorar um amplo espaço de soluções, das quais uma pequena parcela

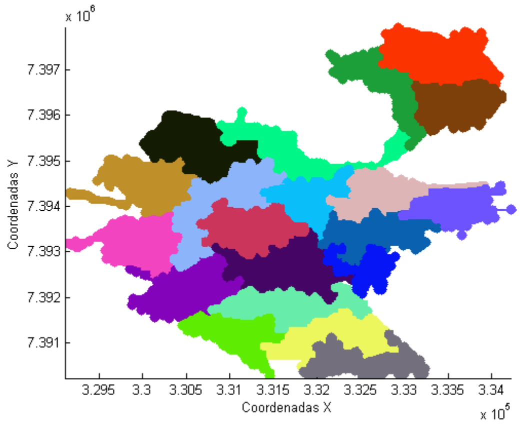


Figura 5: Solução não-dominada - melhor F_1.

corresponde a uma solução eficiente (não-dominadas). Acredita-se que com a busca local um número maior de soluções não-dominadas poderão ser obtidas, assim como soluções de maior qualidade, levando enfim a uma melhor aproximação da curva de Pareto.

8 Conclusão

Este trabalho apresentou uma heurística construtiva gulosa multicritério para resolver um PACM aplicado ao problema de reagrupamento de medidores de energia elétrica, a qual obteve resultados de boa qualidade, conseguindo explorar um grande número de soluções e fornecendo um bom conjunto de soluções não-dominadas. Considerando que ainda não foi aplicado uma busca local para aproximar as soluções obtidas da fronteira de Pareto, as soluções fornecidas pela heurística possuem um bom compromisso referente aos critérios geográfico e de conformidade, em um tempo computacional aceitável. O algoritmo não encontrou dificuldades para obter bons resultados mesmo para uma instância real de grande porte.

9 Agradecimento

Esta pesquisa contou com o apoio financeiro do projeto 2007/02604-0 da FAPESP.

Referências

Assis, L. S., França, P. M. & Usberti, F. L. (2009). Reagrupamento capacitado: problema de redistritamento de lotes de faturamento, *XLI Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional - SBPO* pp. 1–12.

Chaves, A. A. (2003). *Modelagens exata e heurística para resolução do problema do caixeiro viajante com coleta de prêmios*, Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Ouro Preto.

Chinchuluun, A. & Pardalos, P. M. (2007). A survey of recent developments in multiobjective optimization, *Annals of Operations Research* **154**(1): 29–50.

Ferreira, P. A. V. (1999). *Otimização multiobjetivo: Teoria e aplicações*, Tese de livre docência, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação - Universidade Estadual de Campinas.

França, P. M., Garcia, V. J., Morelato, A. & Usberti, F. L. (2007). Enfoque multicritério para o problema de redistritamento capacitado, *XXXIX Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional - SBPO* pp. 1–12.

Garey, M. R. & Johnson, D. S. (1979). *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of Np-Completeness*, W H Freeman & Co, Gordonsville, Virginia.

Kuhn, H. W. (1995). The hungarian method for the assignment problem, *Naval Research Logistics Quarterly* **2**(3): 83–97.

Ríos-Mercado, R. Z. & Fernández, E. (2007). A reactive grasp for a commercial territory design problem with multiple balancing requirements, *Computer & Operations Research* pp. 1–43.