

## TRANSPORTE DE GÁS NATURAL: MINIMIZAÇÃO DE CUSTOS

**ANGELO CESAR TOZI CHRISTO (UENF)**

actchristo@yahoo.com.br

**Gilberto Mazoco Jubini (UENF)**

gilmazoco@gmail.com

**Márcia Miranda Azeredo (UENF)**

cinha@uenf.br

**José Ramón Arica Chávez (UENF)**

arica@uenf.br

**Poliana Figueiredo Cardoso Rodrigues (UENF)**

polianacardoso@yahoo.com.br



*Diferenças de pressão permitem transportar gás natural em gasodutos. Diversos fatores geram perda dessa pressão quando o gás flui, devendo ser re-comprimido a cada certo trecho por estações de compressão, compostas por baterias de compressores que consomem parte significativa do gás transportado como combustível. Assim, é importante determinar configurações de operação dos compressores das estações, de forma a minimizar o custo desse combustível. Aborda-se aqui esse problema, conhecido como minimização do custo de combustível em uma rede de transporte de gás natural. As variáveis do problema são a pressão nos nós, a vazão massa de gás nos dutos e a operação ou não de cada compressor nas estações de compressão. Assume-se, a diferença de trabalhos anteriores, que as estações de compressão estão compostas por compressores não necessariamente idênticos e formula-se uma técnica GRASP para abordagem numérica do problema. Experimentos computacionais e comparações apresentados mostram resultados muito satisfatórios do algoritmo proposto.*

*Palavras-chaves: Gás Natural, Heurística, GRASP*

## 1. Introdução

Depois dos choques do petróleo da década de 1970, os mercados energéticos internacionais se transformam, sendo o gás natural (GN) o combustível que mais vem aumentando sua participação na matriz energética mundial - de 18,8% para 22,6%, entre 1973 e 2007 (INTERNATIONAL ENERGY AGENCY, 2008). Seguindo a tendência mundial, “desde 1980, o GN aumentou sua participação nas fontes primárias de energia do Brasil, crescendo a uma taxa anual de quase 13%” (GOLDEMBERG & MOREIRA, 2005, p. 217), passando de 0,2% a 9,3%, entre 1970 e 2007 (Empresa de Pesquisa Energética, 2008). Os principais responsáveis por essa mudança no Brasil foram a entrada em operação do Gasoduto Bolívia-Brasil, no final de 1999, o aumento do volume de reservas de GN de origem nacional nas jazidas de Campos (RJ), Santos (SP) e Urucu (AM) - que tornariam o país auto-suficiente na produção de gás natural - e a ampliação da rede de transporte (gasodutos).

A Indústria do Gás Natural (IGN) envolve as seguintes etapas: exploração, perfuração, desenvolvimento e produção, condicionamento, processamento, transporte, armazenamento e distribuição. Para se ter uma idéia completa da potencialidade envolvida na IGN no Brasil, em particular, no que respeita ao transporte do mesmo, ao cenário anterior ainda deve acrescentar-se a possibilidade de integração energética de grandes regiões produtoras e consumidoras de gás da América Latina, envolvendo países como a Argentina, Bolívia, Brasil e Venezuela.

Para ser transportado em redes de gasodutos e distribuído em pontos de entrega, o GN passa por diversos dispositivos (gasodutos, reguladores, válvulas e compressores, entre outros). Quando o gás flui através de uma rede de gasodutos, ocorre uma perda de energia e pressão. Para que continue em movimento é necessário que seja comprimido ou re-comprimido a altas pressões nas estações de compressão que fazem parte da rede de transmissão de gás (IAMASHITA et al, 2008). O custo de operação do sistema é altamente dependente do custo operacional das estações compressoras da rede (fundamentalmente pela quantidade de combustível gasto na compressão). Estima-se que o custo operacional das estações compressoras representa entre 25% e 50% do orçamento operacional total da empresa (LUONGO et al, 1989). Neste artigo se aborda o problema de minimizar os custos de transporte de uma rede de transporte de GN, assumindo que o sistema está em estado contínuo.

Este problema tem merecido a atenção de muitos pesquisadores. Entre os que nos interessa destacar estão Wu et al (2000), Ríos-Mercado et al (2000) e Ríos-Mercado et al (2002) que introduzem um modelo para a abordagem do problema, sendo uma das principais hipóteses a conformação das estações de compressão por compressores idênticos. Assim, o problema consiste em determinar quantos compressores devem operar em cada estação para minimizar os custos de transporte, o que leva à formulação de um modelo contínuo. Sabe-se, como indicado em Iamashita et al (2008), que se trata de um problema NP-Completo (o que significa, grosso modo, que o número de operações para sua solução aumenta exponencialmente com o tamanho do problema). Adicionalmente, deve levar-se em consideração que a função custo envolvida está definida implicitamente e as restrições envolvem funções não explícitas, não convexas e não diferenciáveis. Wu et al (2000) desenvolvem propostas de aproximação suave para a função custo e aproximação convexa para as restrições.

Iamashita (2006) generaliza o modelo anterior ao relaxar a hipótese de compressores idênticos (considera, entretanto, compressão unicamente nos nós de injeção de gás; i.e., não existe compressão em nós intermediários). Considerando estações de compressão não necessariamente compostas por compressores idênticos, precisa-se introduzir uma variável binária para a decisão de operar ou não cada compressor. Assim, o modelo resulta ser mais geral, mas ao mesmo tempo mais complexo. Resultando em um modelo misto-inteiro quadrático não diferenciável, tratado, com sucesso, algoritmicamente com técnicas GRASP.

Azeredo (2008), Jubini (2008) propõem uma generalização do modelo de Iamashita (2006), ao considerar como em Wu et al (2000), Ríos-Mercado et al (2000) e Ríos-Mercado et al (2002), estações de compressão intermediárias, com compressores não necessariamente idênticos, considerando aproximações para a função custo e para o domínio de viabilidade das estações de compressão originais. Christo (2008) aborda algoritmicamente esse modelo por uma técnica meta-heurística GRASP, inspirado em Iamashita (2006).

A solução do problema supõe a fixação da pressão em um ponto da rede de gasodutos (*pressão de referência*). A heurística anterior propõe fixar a pressão num ponto de entrega (o “último” ponto de entrega da rede). Entretanto, verifica-se neste trabalho que adaptando essa heurística para a fixação da pressão num ponto de injeção, se conseguem valores melhores que os obtidos anteriormente.

Neste trabalho, baseados nas idéias propostas pelos autores mencionados, propõem-se mudanças na heurística formulada, de forma a aprimorar resultados obtidos. Resultados experimentais se mostram ao final do trabalho.

## 2. Modelagem do Problema

As unidades geradoras de custo no modelo aqui abordado são as estações de compressão, usualmente formadas por múltiplos compressores centrífugos de diferentes tipos com diferentes configurações possíveis. A diferença de Rios-Mercado et al (2000, 2002) e Wu et al (2000), neste trabalho, os compressores de uma estação de compressão não são necessariamente idênticos. No que segue discutem-se as modelagens correspondentes ao funcionamento de um compressor, de uma estação de compressão e a função custo de combustível.

### 2.1 Domínio de um compressor centrífugo e função custo de combustível

As variáveis associadas a uma unidade compressora centrífuga são  $H$ : cabeça adiabática,  $Q$ : vazão volume,  $S$ : velocidade de rotação e  $\eta$ : eficiência adiabática (WU et al 2000), relacionadas pelo sistema (1)-(4):

$$\frac{H}{S^2} = A_H + B_H \left(\frac{Q}{S}\right) + C_H \left(\frac{Q}{S}\right)^2 + D_H \left(\frac{Q}{S}\right)^3 \quad (1)$$

$$\eta = A_E + B_E \left(\frac{Q}{S}\right) + C_E \left(\frac{Q}{S}\right)^2 + D_E \left(\frac{Q}{S}\right)^3 \quad (2)$$

$$S_{\min} \leq S \leq S_{\max} \quad (3)$$

$$\text{surge} \leq \frac{Q}{S} \leq \text{stonewall} \quad (4)$$

onde  $A_H, B_H, C_H, D_H, A_E, B_E, C_E, D_E$  são constantes que dependem do compressor (estimadas via mínimos quadrados) e  $S_{\min}, S_{\max}, surge$  e  $stonewall$  são constantes operacionais dadas.

A partir de (1)-(4), podem determinar-se funções  $H^L(Q)$  e  $H^U(Q)$ , que limitam as variações inferior e superior de  $H$ , respectivamente, quando  $Q$  varia no domínio  $S_{\min} surge = Q^L \leq Q \leq Q^U = S_{\max} stonewall$ .

Embora (1)-(4) represente o domínio de operação de um compressor, os modelos de operação de gasodutos trabalham com as variáveis vazão massa de GN e pressões. No caso particular de um compressor considera-se a variável  $(v, p_s, p_d)$ , onde  $v$  é a vazão massa a ser comprimida pelo compressor,  $p_s$  a pressão de sucção e  $p_d$  a pressão de descarga.

As relações entre  $(H, Q)$  e  $(v, p_s, p_d)$  são:

$$H = \frac{ZRT_s}{m} \left[ \left( \frac{p_d}{p_s} \right)^m - 1 \right] \quad Q = ZRT_s \frac{v}{p_s}, \quad (5)$$

onde  $m = \frac{(k-1)}{k}$  é a razão do calor específico  $k$ ,  $Z$  é o fator de compressibilidade do GN,  $R$  a constante do GN e  $T_s$  a temperatura de sucção do gás (assumida constante).

Como em Wu et al (2000), pode-se determinar que o domínio operacional de um compressor centrífugo descrito pelas variáveis  $(v, p_s, p_d)$ ,  $D^{unit}$ , está dado por:

$$D^{unit} = \left\{ (v, p_s, p_d) : p_s^L \leq p_s \leq p_s^U, V^L \leq \frac{v}{p_s} \leq V^U, G^L \left( \frac{v}{p_s} \right) \leq \frac{p_d}{p_s} \leq G^U \left( \frac{v}{p_s} \right) \right\}, \quad (6)$$

onde  $p_s^L$  e  $p_s^U$  são limites dados para a pressão de sucção e

$$V^L = \frac{Q^L}{ZRT_s}, \quad V^U = \frac{Q^U}{ZRT_s},$$

$$G^L(q) = \left[ 1 + \frac{m}{ZRT_s} H^L(ZRT_s) \right], \quad G^U(q) = \left[ 1 + \frac{m}{ZRT_s} H^U(ZRT_s) \right].$$

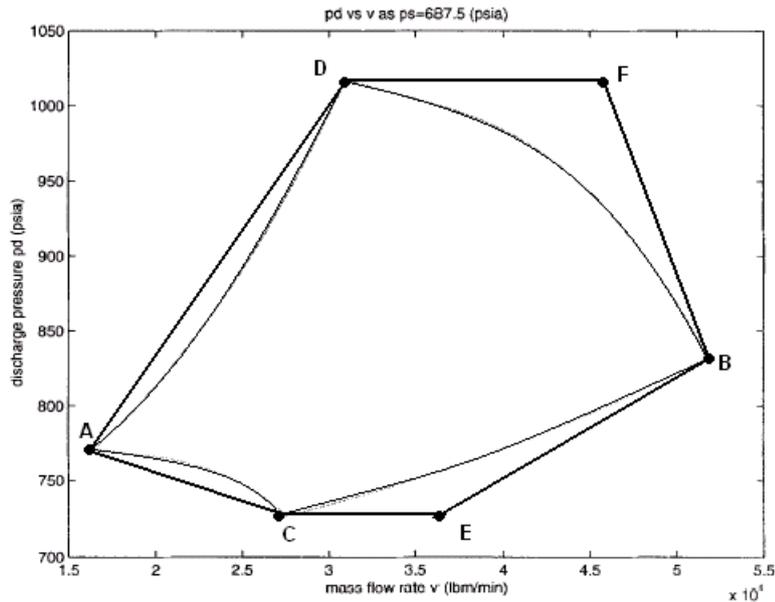
$D^{unit}$  resulta ser uma superfície cônica, cujo vértice (permitisse-se  $p_s^L = 0$ ) coincide com a origem. A Figura 1 mostra a seção transversal de  $D^{unit}$  (linhas curvas) e uma aproximação convexa exterior dessa seção (linhas retas) sugerida por Wu et al (2000), para um valor de  $p_s$  fixo. A Figura 2 mostra a seção transversal do domínio de uma estação de compressão formada por quatro compressores idênticos e uma aproximação exterior convexa. Os autores assumem que a vazão massa a ser comprimida na estação será dividida em partes iguais entre o número de compressores a serem ativados.

Por outro lado, a função custo, associada ao gasto de combustível para o compressor operar com a variável  $(v, p_s, p_d)$ , está determinada por:

$$g^{unit}(v, p_s, p_d) = \alpha \frac{vH}{\eta}, \quad \forall (v, p_s, p_d) \in D^{unit},$$

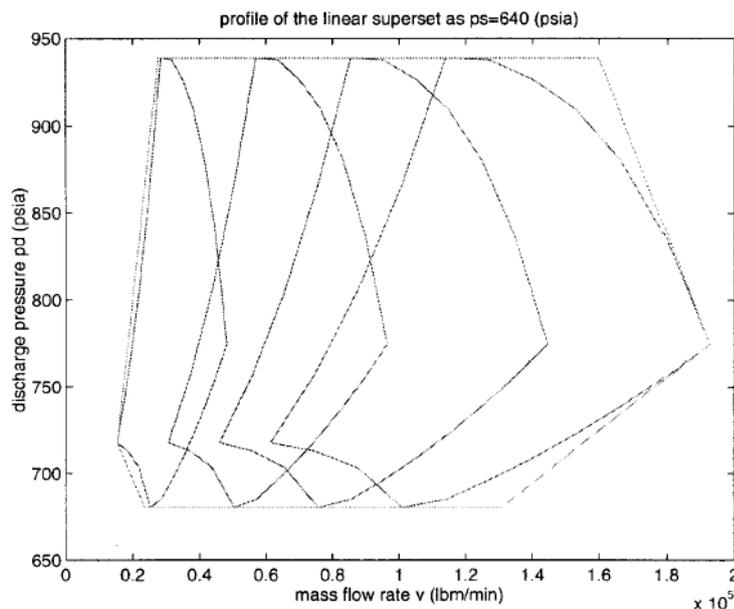
onde  $\alpha$  é uma constante positiva conhecida (assumida igual a 1 neste trabalho).

Note que tanto  $D^{unit}$  quanto  $g^{unit}(v, p_s, p_d)$  se definem implicitamente e que o domínio é não convexo, o que dificulta a solução do problema. Com o objetivo de se utilizar resultados da Programação Matemática, esforços para aproximar o domínio por conjuntos convexos e a função custo por funções suaves têm sido realizados (Wu et al, 2000; Azeredo, 2008).



**Figura 1.** Seção transversal de  $D^{unit}$  e aproximação linear externa do contorno (arco ACBD)

Fonte: Wu et al (2000)



**Figura 2.** Seção transversal do domínio de um compressor composto por quatro compressores e aproximação convexa desse domínio. Fonte: Wu et al (2000)

## 2.2 Função custo para um compressor e modelo do problema

Como indicado anteriormente Wu et al (2000) definem o domínio de uma estação de compressão, onde a hipótese básica é que as estações estão compostas por compressores

idênticos e a vazão massa se distribui por igual entre os compressores ativos. Quando hipótese de compressores idênticos não é satisfeita, como é o caso do modelo generalizado aqui considerado, embora a aproximação mostrada na Figura 1 seja válida, a aproximação para uma estação mostrada na Figura 2 perde o sentido principal, pois a aproximação resultante pode não resultar convexa. Jubini (2008) generaliza o modelo apresentado por Wu et al (2000), considerando estações com compressores não necessariamente idênticos, além de considerar a possibilidade de dividir a vazão massa a ser comprimida na estação não necessariamente em partes iguais entre os compressores a serem ativados. Azeredo (2008) e Christo (2008) consideram o modelo generalizado de Jubini (2008) e desenvolvem uma proposta algorítmica tipo GRASP para abordar numericamente esse modelo.

Considerando, segundo a notação de grafos, um gasoduto como um grafo dirigido  $G = (N, L \cup M)$ , onde  $N$  é o conjunto de vértices (nós) e  $L \cup M$  o conjunto de arestas, sendo  $L \subset N \times N$  o conjunto de dutos e  $M \subset N \times N$  o conjunto de compressores, o modelo de Jubini (2008) estabelece a seguinte notação:

- $s_a$ : vazão massa líquida do nó  $a \in N$  (dada). Se  $s_a > 0$ , o nó  $a$  é nó fonte; se  $s_a < 0$ , o nó  $a$  é nó de entrega; e, se  $s_a = 0$ , o nó  $a$  é de transbordo;
- $p_a$ : pressão do gás no nó  $a \in N$ . Cumpre-se que existem limites  $p_a^L$  e  $p_a^U$  inferior e superior, respectivamente, para a pressão  $p_a$  em cada nó. Supõe-se conhecida a resistência  $t_{ab}$  do duto  $(a,b) \in L$ .
- $K_{ab}$ : número de compressores da estação de compressão  $(a,b) \in M$ .
- $w_{abk}$ : vazão massa em cada compressor  $k = 1, \dots, K_{ab}$  da estação  $(a,b) \in M$ .
- $x_{abk} \in \{0,1\}$ : variável de decisão de operação dos compressores; onde  $x_{abk} = 1$ , se o compressor está ligado e  $x_{abk} = 0$ , se o compressor não está ligado.
- $D_{abk}$ : domínio do compressor  $k$  e  $g_{abk}(w_{abk}, p_{ab}^S, p_{ab}^D)$  função custo do compressor  $k$  para  $(w_{abk}, p_{ab}^S, p_{ab}^D) \in D_{abk}$ ; onde  $p_{ab}^S$  e  $p_{ab}^D$  são as pressões de sucção e descarga da estação  $(a,b) \in M$ .
- $w_{ab}$ : vazão massa na aresta  $(a,b) \in L \cup M$ . Quando  $(a,b) \in M$  se satisfaz que

$$w_{ab} = \sum_{k=1}^{K_{ab}} x_{abk} w_{abk}$$

Considera-se que não existe custo associado ao transporte de gás nos dutos. Assim, uma estação de compressão  $(a,b) \in M$ , tem seu custo operacional medido pela soma dos custos de cada unidade compressora; i.e.,

$$g_{ab}(w_{ab}, p_{ab}^S, p_{ab}^D) = \sum_k g_{abk}(w_{abk}, p_{ab}^S, p_{ab}^D).$$

Assim, o custo de operação da rede está dado por

$$\sum_{(a,b) \in M} g_{ab}(w_{ab}, p_{ab}^S, p_{ab}^D).$$

O modelo de Jubini (2008), a seguir, tem como objetivo minimizar os custos operacionais globais de uma rede de transporte de GN:

$$\begin{aligned}
 & \text{minimizar } \sum_{(a,b) \in M} \sum_{k=1}^{K_{ab}} g_{ab} (w_{ab}, p_{ab}^S, p_{ab}^D) & (8) \\
 & \text{sujeito a: } \sum_{b:(a,b) \in L} w_{ab} - \sum_{b:(a,b) \in L} w_{ba} = s_a, a \in N \\
 & w_{ab} - \sum_{k=1}^{K_{ab}} x_{abk} w_{abk} = 0, (a,b) \in M \\
 & p_a^2 - p_b^2 = t_{ab} w_{ab} |w_{ab}|, (a,b) \in L \\
 & x_{abk} \in \{0,1\}, k = 1, \dots, K_{ab}, (a,b) \in M \\
 & p_a \in [p_a^L, p_a^U], a \in N \\
 & (w_{ab}, p_{ab}^S, p_{ab}^D) \in D_{ab}, (a,b) \in M
 \end{aligned}$$

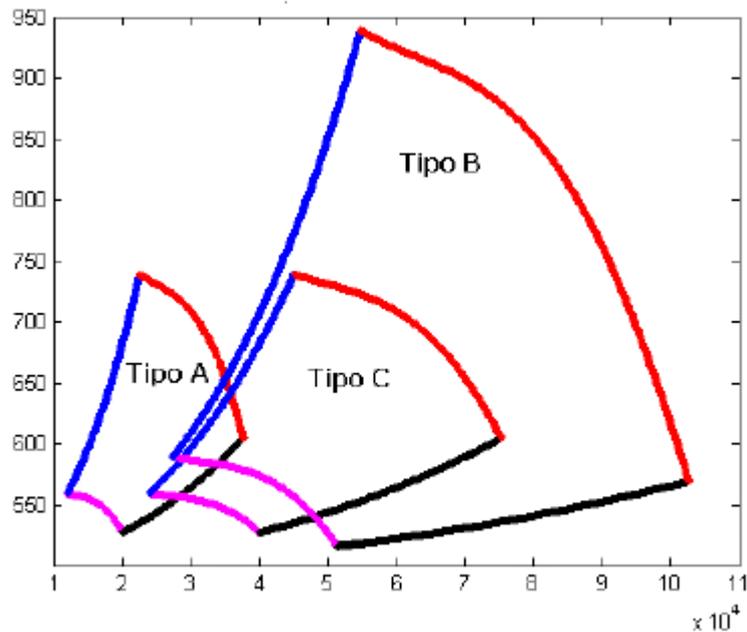
onde  $D_{ab}$  é o domínio viável operacional da estação de compressão  $(a,b) \in M$ , definido em função dos domínios  $D_{abk}$  que correspondem aos domínios dos compressores da respectiva estação, para  $k = 1, \dots, K_{ab}$ . Adicionalmente, além da função objetivo que representa o custo global do combustível, tem-se o seguinte significado para as restrições:

- $\sum_{b:(a,b) \in L} w_{ab} - \sum_{b:(a,b) \in L} w_{ba} = s_a, a \in N$ , balanço de massas em cada nó  $a$ ;
- $w_{ab} - \sum_{k=1}^{K_{ab}} x_{abk} w_{abk} = 0, (a,b) \in M$ , balanço de massas em cada estação  $(a,b)$ ;
- $p_a^2 - p_b^2 = t_{ab} w_{ab} |w_{ab}|, (a,b) \in L$ , dinâmica da vazão massa e das pressões em cada duto  $(a,b)$ ;
- $p_a \in [p_a^L, p_a^U], a \in N$ , limites de pressão em cada nó  $a$ .
- $(w_{ab}, p_{ab}^S, p_{ab}^D) \in D_{ab}, (a,b) \in M$ , viabilidade do ponto em cada estação  $(a,b)$ .

Este modelo, como o de Wu et al (2000), corresponde a um problema NP-Completo e é difícil de ser tratado numericamente.

### 3. Domínio viável de uma estação de compressão e função custo de uma estação para o problema generalizado

Sob a hipótese de estações de compressão compostas por compressores idênticos, Wu et al (2000) simplificam o domínio  $D_{ab}$  das estações de compressão  $(a,b) \in M$ , reduzindo o problema de minimização de custos de transporte de gás a determinação de *quantos* compressores devem funcionar em cada estação. Nesse caso, a aproximação exterior da Figura 2 para  $D_{ab}$  resulta convexa, o que contribui para o bom comportamento das técnicas de Programação Não Linear propostas por Wu et al (2000) e Ríos-Mercado et al (2000, 2002). Entretanto, para o caso de estações de compressão generalizadas, como as aqui consideradas (JUBINI, 2008), não é suficiente determinar quantos compressores devem ser usados, mas *quais* e, como pode se constatar na Figura 3, para estações compostas por três tipos de compressor, a aproximação proposta por Wu et al (2000) pode não resultar convexa:



**Figura 3:** Perfil dos domínios unitários de três tipos de compressores ( $p_s = 500 \text{ psia}$ ).

Fonte: Azeredo (2008).

Portanto, para o modelo generalizado, (8) (misto-inteiro quadrático não diferenciável, NP-completo), a estratégia algorítmica é de uma heurística GRASP (CHRISTO, 2008), não sendo necessário exigir a convexidade do domínio. Para efeitos de aproximação, Azeredo (2008) propõe substituir o domínio de cada compressor da estação por uma aproximação poliedral exterior (como na Figura 1) e trabalhar com a união desses conjuntos.

### 3.1 Domínio viável de uma estação de compressão generalizada

Assim, para uma estação de compressão composta por  $K$  compressores centrífugos não necessariamente iguais, cada um com domínio  $D_k$ ,  $k = 1, \dots, K$ , Azeredo (2008) estabelece as seguintes considerações para o funcionamento da mesma. A princípio se uma vazão massa  $w$  (determinadas as respectivas pressões de sucção e descarga,  $p_s$  e  $p_d$ ) chega a uma estação de compressão,  $w$  pode ser comprimida pela estação utilizando quaisquer  $k \in \{1, \dots, K\}$  compressores da mesma, desde que:

$$w = w_1 + \dots + w_K, (w_k, p_s, p_d) \in D_k, k = 1, \dots, K \quad (9)$$

Portanto, pode-se determinar o domínio viável de uma estação, com  $K$  compressores não necessariamente iguais por:

$$D = \{(w, p_s, p_d) : w = w_1 + \dots + w_K, (w_k, p_s, p_d) \in D_k, k \in \{1, \dots, K\}\}. \quad (10)$$

Para detalhes de uma discretização do domínio  $D$ , ver Azeredo (2008).

### 3.2 Função custo de uma estação de compressão generalizada

Dada uma estação de compressão generalizada de domínio  $D$  e um vetor  $(w, p_s, p_d) \in D$ , tem-se algum  $(w, p_s, p_d) = (w_1 + \dots + w_K, p_s, p_d) \in D$  correspondente a alguma alocação de  $w$  nos  $K$  compressores da estação. Portanto, pode-se calcular

$$g_{(w_1, \dots, w_K)}(w, p_s, p_d) = \sum_{k=1}^K g_k^{unit}(w_k, p_s, p_d). \quad (12)$$

Considerando, agora, todas as  $(w_1 + \dots + w_k = w, p_s, p_d) \in D$  (obtidas a partir de uma discretização adequada de  $D$ ), estabelece-se o custo de operar  $(w, p_s, p_d)$  na estação, como:

$$g(w, p_s, p_d) = \min_{(w, p_s, p_d) \in D} g_{(w_1, \dots, w_k)}(w, p_s, p_d). \quad (13)$$

Para detalhes, ver Azeredo (2008).

#### 4. Heurística GRASP para o problema de minimizar os custos de transporte de uma rede de transporte de gás natural

Christo (2008) desenvolve uma estrutura meta-heurística GRASP, para o tratamento numérico do problema aqui tratado. É conveniente introduzir alguns conceitos associados ao problema de transporte de gás por gasodutos e sua relação com o problema de fluxos em redes para apresentar o algoritmo de Christo (2008).

Denotou-se um gasoduto como um grafo dirigido  $G = (N, L \cup M)$ , onde  $N$  é o conjunto de vértices,  $L \cup M$  o conjunto de arcos,  $L \subset N \times N$  o conjunto de dutos e  $M \subset N \times N$  o conjunto de compressores. Considere  $|N| = n$ ,  $|L| = l$  e  $|M| = m$ . Como em Ríos-Mercado et al (2000), pode-se definir a matriz de incidência associada a  $G$  como  $A = (A_l | A_m)$ , onde  $A_l$  é a matriz de incidência vértice-duto ( $n \times l$ ) e  $A_m$  a matriz de incidência vértice-estação ( $n \times m$ ). De forma a descrever sinteticamente algumas das restrições do modelo (8).

Decompondo o vetor de vazões massa  $w$  em  $u$ : vazão massa pelos dutos  $L$  e  $v$ : vazão massa pelas estações  $M$ , tem-se  $w^T = (u^T, v^T)$ . Assim, no modelo (8), as equações de balanço de massas  $\sum_{b:(a,b) \in L} w_{ab} - \sum_{b:(a,b) \in L} w_{ba} = s_a$ , e a dinâmica de vazão massa e pressões em cada duto  $p_a^2 - p_b^2 = t_{ab} w_{ab} |w_{ab}|$ , podem escrever-se, respectivamente, como

$$Aw = A_l u + A_m v = s \quad (14)$$

$$A_l^T p^2 = \phi(u), \quad (15)$$

onde  $(p^2)^T = (p_1^2, \dots, p_l^2)$  e  $\phi(u)^T = (t_1 u_1 |u_1|, \dots, t_l u_l |u_l|)$ . Note que, se  $(v, p_s, p_d)$  for ponto viável do domínio das estações de compressão da rede, a solução  $(u, p)$  do sistema (14)-(15) estabelece a distribuição das vazões massa nos dutos e pressões do gasoduto, desde que o vetor  $p$  se encontre nos limites requeridos. Isso exige a fixação de uma pressão em algum dos vértices da rede,  $p_{ref}$ , denomina-da *pressão de referência* (RÍOS-MERCADO et al, 2000). A subrede à qual pertence  $p_{ref}$  chama-se *subrede de referência*. Na Figura 4 se mostra um gasoduto com  $n = 48$ ,  $l = 43$  e  $m = 8$ , onde as setas pequenas entrando ou saindo nos vértices significam as vazões massa líquida ( $s_a, a \in N$ ) positivas ou negativas, respectivamente. Note que se no gasoduto se retiram as 8 estações de compressão (CS), este se desconecta, evidenciando 8 subredes (SR) que não possuem estações de compressão. Por outro lado, se cada uma destas subredes é considerada um vértice e cada estação um arco, consegue-se uma nova rede, onde os vértices representam as subredes da rede original e os arcos as estações. Esta nova rede, unicamente determinada, chama-se *rede reduzida* (RÍOS-MERCADO et al, 2000). A rede reduzida correspondente ao gasoduto da Figura 4 mostra-se na Figura 5.

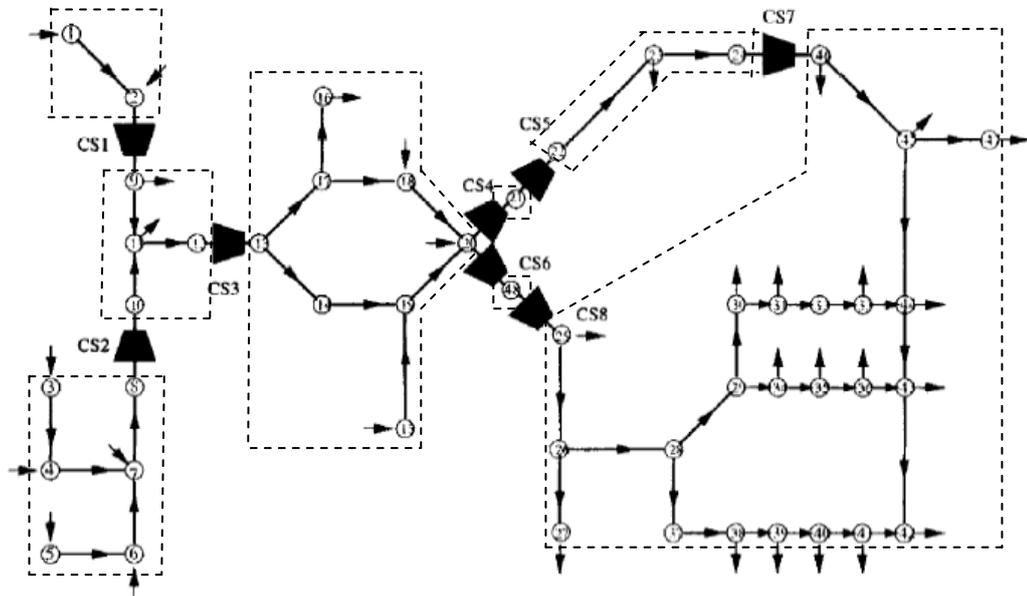


FIGURA 4. Exemplo de gasoduto.  
Fonte: Wu et al (2000)

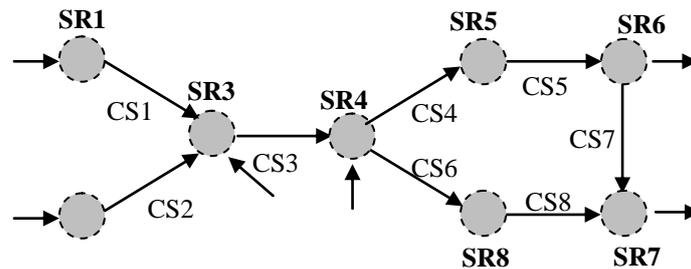


FIGURA 5. Rede reduzida da Figura 4.  
Fonte: Jubini (2008)

Para o caso da Figura 4, o vetor  $u \in \mathfrak{R}^{43}$ , o vetor  $v \in \mathfrak{R}^8$  e  $s \in \mathfrak{R}^{48}$ . Já para sua rede reduzida o vetor de vazão massa coincide com  $v \in \mathfrak{R}^8$  e o vetor de vazão massa líquida,  $s^{RED}$ , está composto pela soma de vazões de massa líquida de cada subrede da rede original:

$$s^{RED} = (\sum_{i=1}^2 s_i, \sum_{i=3}^8 s_i, \sum_{i=9}^{12} s_i, \sum_{i=13}^{20} s_i, s_{21}, \sum_{i=22}^{24} s_i, \sum_{i=25}^{47} s_i, s_{48}) \in \mathfrak{R}^8. \text{ Note, por outro lado, que um vetor}$$

$v \in \mathfrak{R}^m$  candidato a ser solução do problema deve satisfazer

$$A_l^{RED} v = s^{RED}, \quad (16)$$

onde  $A_l^{RED}$  é a matriz de incidência vértice-duto da rede reduzida. Sabe-se que a equação (16) tem solução única se, e somente se, a rede reduzida for uma árvore.

Seja  $n_{SR}$  o número de subredes e  $v \in \mathfrak{R}^m$  uma solução qualquer de (16). Note que particionando adequadamente a matriz  $A_l$  e rearranjando  $A_m$  para fazê-las corresponder com as subredes, o sistema (14)-(15) pode ser escrito como

$$A_l^i u_{SR_i} = s_{SR_i} - A_m^i v, i = 1, \dots, n_{SR}, \quad (17)$$

$$(A_l^i)^T p_{SR_i}^2 = \phi(u_{SR_i}), i = 1, \dots, n_{SR}, \quad (18)$$

onde  $A_l^i$ ,  $A_m^i$ ,  $u_{SR_i}$  e  $p_{SR_i}$ ,  $i = 1, \dots, n_{SR}$ , são respectivamente a partição da matriz de incidência vértice-duto, um rearranjo da matriz de incidência vértice-estação e as partições dos vetores  $u$  e  $p$  que correspondem às subredes. O vetor  $(v, u, p)$ , que satisfaz (16)-(18), é ponto viável para o modelo (8) se ocorre que  $p_j \in [p_j^L, p_j^U]$ ,  $j = 1, \dots, n$ , e  $(v_i, p_i^S, p_i^D) \in D_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ , onde  $D_i$  é o domínio da estação  $i$  (ver (10)).

Dado um vetor  $v \in \mathcal{R}^m$  que satisfaz (16), Christo (2008), baseado em (17)-(18), formula um procedimento de “viabilização” desse vetor para a rede original (i.e., tenta encontrar  $(v, u, p)$  viável para o gasoduto): Iniciando com a subrede de referência,  $SR_{ref}$ , ao considerar  $p_{ref}$  como o “último” vértice de entrega, calcula  $(u_{SR_{ref}}, p_{SR_{ref}})$ , pelo sistema (17)-(18). Se  $p_{SR_{ref}}$  satisfazer os limites de pressão da subrede, diz que  $(v_{ref}, u_{SR_{ref}}, p_{SR_{ref}})$  é viável para  $SR_{ref}$ . Logo, calcula o menor custo para comprimir  $v_{ref}$  por meio de uma estação de compressão CS de descarga dela (previamente definida). Determina, assim, um ponto  $(v_{ref}, p_{ref}^S, p_{ref}^D)$  viável para a estação e o seu respectivo custo,  $g_{CS}(v_{ref}, p_{ref}^S, p_{ref}^D)$ . A estação de compressão anterior liga  $SR_{ref}$  a uma próxima subrede, diga-se  $SR_{prox}$ . Considerando  $p_{ref}^S$  como pressão de referência para a subrede  $SR_{prox}$ , repete-se o processo até percorrer todas as subredes da rede original. Dessa forma se conseguem os vetores  $(u_{SR_i}, p_{SR_i})$  e  $(v_i, p_i^S, p_i^D)$ , para todas as subredes, e  $(v, u, p)$  viável para o gasoduto (a soma dos custos de cada estação determina o custo de operar o gasoduto nesse ponto). Caso alguma das variáveis não seja viável, descarta-se o vetor  $v \in \mathcal{R}^m$  como viável para a rede original. Para detalhes do algoritmo, ver Christo (2008).

Na modificação proposta neste trabalho, aproveitando o fato de a função custo ser *decrecente em relação* a pressão de sucção  $p_s$  (WU et al, 2000), propõe-se escolher  $p_{ref}$  correspondente ao “primeiro” nó de injeção, tentando injetar a vazão  $(v, u)$  correspondente com a maior pressão possível. Caso não se consiga, diminui-se adequadamente  $p_{ref}$  até conseguirmos viabilizar  $(v, u)$ . Dessa forma altera-se a proposta de Christo (2008).

## 5. Resultados

O algoritmo descrito foi aplicado nos três exemplos apresentados em Wu et al (2000). O Exemplo 1 corresponde a uma rede simples, com  $n = 6$  e  $m = 2$ ; Exemplo 2 é uma rede com  $n = 10$  e  $m = 3$ ; o Exemplo 3 tem  $n = 48$  e  $m = 8$ . Os dois primeiros exemplos não possuem ciclos e o terceiro tem um ciclo. Os resultados, comparados com os resultados obtidos em Wu et al (2000), mostram-se na Tabela 1. Deve indicar-se que os dados do Exemplo 3 foram modificados, pois o algoritmo apresentado não encontrou pontos viáveis para os dados originais – as modificações foram os limites das pressões dos nós 1 e 3, além das vazões líquidas  $s_1$  e  $s_9$ , que passaram a ser [900, 1600], [990, 1300], 800 e – 600, respectivamente. As comparações são em relação ao caso P1 de Wu et al (2000).

<b>Exemplo</b>	<b>Custo (Wu et al, 2000)</b>	<b>Custo GRASP</b>
1	$2,140172 \times 10^6$	$2,1555 \times 10^6$
2	$2,699550 \times 10^6$	$2,6178 \times 10^6$
3	-----	$14,407 \times 10^6$

TABELA 1 Comparação de resultados experimentais.

## Referências

- AZEREDO, M. M.** Aproximações do Domínio e a Função Custo de uma Estação de Compressão no Transporte de Gás Natural. Tese (Mestrado em Engenharia de Produção) – Campos dos Goytacazes – RJ, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro – UENF, 2008.
- CHRISTO, A. Z. T.** Uma Metaheurística GRASP para o Planejamento de Movimentação de Gás Natural em Gasodutos. Tese (Mestrado em Engenharia de Produção) – Campos dos Goytacazes – RJ, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro – UENF, 2008.
- EMPRESA DE PESQUISA ENERGÉTICA,** Resultados Preliminares do Balanço Energético Nacional, 2008 (disponível em [http://www.epe.gov.br/imprensa/PressReleases/20080508\\_1.pdf](http://www.epe.gov.br/imprensa/PressReleases/20080508_1.pdf)) – acessado em 05/02/2009.
- GOLDEMBERG, J.; MOREIRA, J. R.** Política Energética no Brasil. Estudos Avançados 19 (55), 2005.
- IAMASHITA, E. K.** Sistema de Planejamento de movimentação de Gás Utilizando metaheurísticas. Tese (Doutorado em Engenharia de Reservatório e de Exploração de Petróleo)-Campos dos Goytacazes-RJ, Universidade Estadual do Norte Fluminense-UENF, 2006.
- IAMASHITA, E. K.; GALAXE, F.; ARICA, J. A** Planning Model for Offshore Natural Gas Transmission. Pesquisa Operacional, v.28, n.1, p.29-44, Janeiro - Abril de 2008.
- INTERNATIONAL ENERGY AGENCY.** Key World Energy Statistics 2008 (disponível em [www.iea.org](http://www.iea.org)).
- LUONGO, C. A., GILMOUR, B. J., SCHROEDER, D. W.** Optimization in Natural Gas Transmission Networks: A Tool to Improve Operational Efficiency. Presented at the 3rd SIAM Conference on Optimization, Boston, 1989.
- JUBINI, G. M.** Um Modelo para a Otimização da Operação de Gasodutos e uma Proposta Heurística para sua Solução. Tese (Mestrado em Engenharia de Produção) – Campos dos Goytacazes – RJ, Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro – UENF, 2008.
- RIOS-MERCADO, R. Z., WU, S., SCOTT, L. R. E BOYD, E. A.** Preprocessing on Natural Gas Transmission Networks. Technical Report PISIS-2000-01, Universidad Autonoma de Nuevo Leon - UANL, San Nicolas de los Garza, México, 2000
- RÍOS-MERCADO, R. Z.; WU, S.; SCOTT, R.L.; BOYD, E. A.** A Reduction Technique for Natural Gas Transmission Network Optimization Problems. Annals of Operations Research, p. 217-234, 2002.
- WU, S.; RÍOS-MERCADO, R. Z.; BOYD E. A.; SCOTT , L. R.** Model Relaxations for the Fuel Cost Minimization of Steady-State Gas Pipeline Networks. Elsevier Science: Mathematical and Computer Modelling, 2000.