

# Planificando sistemas territoriales comerciales en gran escala mediante modelos y métodos de programación entera

Roger Z. Ríos Mercado, J. Fabián López Pérez

FIME – UANL, FACPYA - UANL

roger@yalma.fime.uanl.mx

## RESUMEN

*En este trabajo se presenta un método de solución basado en técnicas de programación entera mixta y generación de cortes, para un problema de diseño de territorios comerciales. El problema de distribución abordado consiste en determinar una partición de un conjunto de unidades geográficas en grupos o territorios, sujeta a diversas restricciones, tales como balanceo territorial, compacidad, conectividad, asignación desunida y similaridad con planes existentes. Dada su complejidad, se propuso una técnica novedosa basada en ramificación-y-acotamiento así como generación de cortes para resolverlo. El método está mejorado por varias estrategias algorítmicas. La valoración empírica del procedimiento propuesto muestra un excelente desempeño al encontrar soluciones óptimas o casi óptimas a gran escala en condiciones reales durante pocos minutos de cómputo.*

## PALABRAS CLAVE

Investigación de operaciones, diseño de territorios, programación lineal entera mixta, desigualdades válidas, ramificación y acotamiento.

## ABSTRACT

*In this work, a solution method based on mixed-integer programming and cut generation for a commercial territory design problem is presented. The districting problem consists of determining a partition of a set of geographic units into clusters or territories, subject to planning requirements such as multiple territory balancing, compactness, connectivity, disjoint assignment, and similarity with existing plan. A mixed-integer linear programming model is introduced for this problem. The problem is NP-hard, that is, very hard to solve. Given its complexity, a novel technique based on branch-and-bound and cut generation is proposed for solving the problem. The method is enhanced by several algorithmic strategies. The empirical assessment of the proposed procedure shows an excellent performance by finding optimal and near-optimal solutions to very large-scale real-world instances within a few minutes of computational effort.*

## KEYWORDS

Operations research, territory design, mixed-integer linear integer programming, valid inequalities, branch and bound.



Artículo basado el trabajo “Planificación inteligente de territorios comerciales incluyendo requerimientos de realineación y asignación disjunta” Premio de Investigación UANL 2014 en el área de Ciencias Exactas.

## INTRODUCCIÓN

El agrupamiento de pequeñas áreas geográficas en zonas más grandes (clusters) de acuerdo a criterios establecidos se denomina en la literatura especializada como diseño de territorios o distritos. En la Investigación de Operaciones el primer trabajo publicado para el problema de diseño y planificación de territorios puede ser referenciado a Forrest<sup>1</sup> y Hess *et al.*,<sup>2</sup> en 1964 y 1965, respectivamente. Dependiendo del contexto del problema de aplicación, el concepto de “diseño territorial” se puede utilizar como una equivalencia al concepto de “distribución” que tanto se conoce en el ámbito de la demografía geopolítica.

La investigación en el área de “distribución” es verdaderamente multidisciplinaria ya que incluye muchos campos tales como la geografía, la ciencia política, la administración pública y por supuesto la investigación de operaciones. Sin embargo, todos los problemas de esta área tienen en común la tarea de subdividir la región bajo estudio para el diseño y planificación de un cierto número de territorios, considerando diversos aspectos de capacidad. De hecho, los problemas de diseño territorial emergen de distintos tipos de aplicaciones del mundo real. Por mencionar algunos se pueden citar las aplicaciones de distribución política o electoral,<sup>3-4</sup> el diseño de territorios para maximizar el aprovechamiento de la fuerza de ventas,<sup>5-9</sup> la distribución escolar,<sup>10</sup> y por supuesto el diseño territorial comercial,<sup>11-17</sup> que es la aplicación de interés en el presente trabajo. El lector podrá encontrar una amplia discusión de trabajos de diseño territorial en Duque *et al.*<sup>18</sup> y Kalesics *et al.*<sup>19</sup> La mayoría de los servicios públicos incluyendo hospitales, escuelas, transporte urbano, correo postal, entre otros, se administran sobre supuestos de límites territoriales. Se pueden mencionar aspectos económicos o demográficos que deben ser tomados en consideración para el diseño y planificación de territorios equilibrados que luego se traducen en aspectos de eficiencia económica y nivel de servicio. Como ejemplo de lo anterior, si se supone que cada uno de los territorios obtenidos en un plan óptimo es administrado solamente por un recurso, tiene sentido entonces la aplicación de criterios de balanceo para la cantidad de clientes, el volumen de ventas, las comisiones otorgadas, los recorridos en tránsito y las jornadas de trabajo asignados a cada responsable

territorial. Finalmente, es importante considerar ciertas restricciones físicas como parte de la definición geográfica del problema, tales como la contigüidad y la compacidad que deben tener los territorios obtenidos como resultado del diseño óptimo.

El presente desarrollo se aplicó para el diseño y planificación de los territorios de venta y atención comercial en la red metropolitana de distribución de bebidas embotelladas (Embotelladora ARCA) en la ciudad de Monterrey, NL. Esta distribución consiste en la entrega y recolección física de producto desde los centros de distribución hacia los clientes finales, autoservicios, tiendas de conveniencia, supermercados, restaurantes y tiendas de abarrotes. El 90% del modelo de distribución de esta empresa se basa en un modelo de preventa terciada, esto es, se levanta el pedido hoy y se entrega al día siguiente. Cada ruta atiende un rango de 70 a 85 clientes por día. De este conjunto de clientes a ser atendidos por cada ruta de reparto, estadísticamente se conoce que hasta un 40% de dichos clientes requiere ser atendido dentro de cierta ventana de servicio (restricciones de horario). Además, la embotelladora opera rutas fijas de distribución a lo largo de todo el año, independientemente de la curva de estacionalidad. Es fácil identificar que potencialmente existen fuentes de inequidad en las cargas de trabajo de cada ruta a lo largo del año, ya que el proceso de diseño y planificación de rutas se define en forma manual y empírica, lo que limita la posibilidad de operar con mejores esquemas que logren generar beneficios económicos por reducción de costos. Todo lo anterior ocasiona un gasto innecesario y justifica el requerimiento de este proyecto cuyo desarrollo, obedece a una necesidad real y general que se presenta en este tipo de industria.

La enorme demanda de un producto muy atomizado y de uso cotidiano; da como resultado que la red de distribución esté formada por un número considerable de puntos de venta. Por tanto, las entidades geográficas a agrupar y planificar son del orden de varias decenas de miles de elementos. La industria en general ha encontrado que dividir estos puntos en pequeños territorios, diseñados bajo criterios económicos y geográficos bien definidos, hace posible la administración de este enorme número de entidades económicas. Así entonces, los camiones repartidores son asignados para atender a

uno o varios grupos (distritos, territorios) y sus rutas se diseñan considerando sólo los clientes ubicados en cada territorio. Los objetos que se busca agrupar son los puntos de venta pero, dado su enorme número, se ha hecho un primer agrupamiento a fin de reducir la escala del problema y simplificar su solución. Así entonces, todos los puntos de venta ubicados en una misma manzana geográfica se consideran como uno solo. De forma que, el objeto básico a planificar para el diseño de los territorios será entonces el conjunto de las manzanas geográficas de la ciudad de Monterrey (aproximadamente 34 mil manzanas). Con cada punto de venta se asocian varias medidas de desempeño (variables de actividad) y estas mismas tasas de rendimiento se asocian con cada manzana geográfica definida. Para cada manzana física, las medidas de desempeño serán simplemente la suma aritmética de las medidas correspondientes de los puntos de venta que la conforman.

El entregable del proyecto es un modelo matemático (software) diseñado para resolver de manera eficiente y efectiva problemas de diseño y planificación de territorios. El software está diseñado para poder realizar análisis geo-espaciales de información de mercado de manera combinatoria a través del empleo de variables demográficas y socio-económicas. Se busca impactar económicamente en la rentabilidad operativa y en el servicio dedicado a la distribución secundaria de la embotelladora.

## DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El problema para el diseño y planificación óptima de territorios se puede definir como el proceso para agrupar áreas básicas, es decir manzanas geográficas, en grupos o clusters geográficos de mayor tamaño. Estos nuevos clusters se denominan territorios. El planteamiento del problema incluye que cada manzana básica puede estar asignada a un solo territorio. El número de los territorios " $p$ " que se requieren obtener es conocido y está determinado como un parámetro del modelo. Por otra parte, se requieren cubrir los criterios de compacidad y de contigüidad para los territorios propuestos en el plan óptimo. El atributo de contigüidad se puede definir como el efecto deseado de asegurar que un territorio no esté deformado geográficamente, lo que se traduce en que las manzanas geográficas que

conforman un territorio tengan que estar conectadas entre sí. Es fácil entender, que para obtener territorios contiguos, la información geográfica de las fronteras (o vecindades) de cada manzana, debe ser explícitamente alimentada al modelo matemático. Los territorios compactos generalmente tienen una operación geográficamente concentrada, lo cual permite disminuir los tiempos muertos por trayecto y por tanto, incrementar el tiempo disponible para mejorar el nivel de servicio.

En las aplicaciones de diseño territorial del mundo real, las variables de balanceo que principalmente han sido utilizadas, están asociadas de manera directa a la actividad de venta en sí misma. La definición del problema incluye tres variables de actividad para cada manzana básica, las cuales son: (i) cantidad de clientes, (ii) volumen de ventas y (iii) jornada de trabajo. La jornada de trabajo se define como el tiempo que cada punto de venta (cliente) requiere, esto incluye tiempo de traslado, entrega de mercancía, recolección de envases y limpieza de exhibidores. Dicha variable de actividad está subordinada al tipo de servicio ejecutado en el punto de venta, lo cual a su vez depende de las características de cada cliente, así como de su localización geográfica.

La variable de actividad de un territorio se define como la suma aritmética de la variable de actividad del total de las manzanas básicas que conforman dicho territorio. El diseño óptimo, busca que todos los territorios construidos estén apropiadamente equilibrados. De hecho, en este procedimiento de balanceo, se consideran cada una de las tres variables de actividad de manera individual y simultánea. Las manzanas básicas son entes geográficos con una ubicación específica dentro de una región. Los territorios formados toman en cuenta esta ubicación natural y es requisito que el territorio se forme únicamente con manzanas que colindan entre ellas, habiendo una razón muy simple para esto. Si para llegar a algún punto de venta (manzana) es necesario que el camión atraviese por puntos de venta que no pertenecen a su distrito, la reacción de los clientes, al verlo en sus alrededores, será pedirle abasto de mercancía. El repartidor no traerá más abasto que el calculado para su programación, por lo que el servicio tendría que negarse, lo cual traería como resultado que el cliente perciba una mala atención por parte de su proveedor, deteriorando la imagen

de la empresa y constituyendo una fuente potencial de daño económico.

La definición del problema incluye algunos diseños de territorios prescritos y/o prohibidos. Eso significa que pueden existir algunas manzanas básicas que por definición deban estar asignadas a un territorio específico. Del mismo modo, habría el caso contrario en donde ciertas manzanas básicas no pudieran estar asignadas conjuntamente a un territorio específico. Todas estas características pueden aprovecharse fácilmente, para que el modelo considere como parte de la definición del problema algunos territorios que puedan parcialmente estar predeterminados desde el principio del proceso de planeación como resultado de experiencias o planes anteriores. Esto significa que el modelo puede tomar en consideración ciertos territorios ya existentes y a partir de ahí asignar el resto de las manzanas básicas a dichos territorios preconstruidos. De manera especial, estas características del modelo se pueden también aplicar para considerar los obstáculos geográficos, como son ríos y montañas. Se puede entonces generalizar aquí que el problema de diseño territorial es común a todas aquellas aplicaciones del mundo real en las que se opere con un grupo de recursos escasos y que éstos requieran ser asignados para subdividir un área geográfica de trabajo extensa en subregiones de responsabilidad equilibradas. El objetivo, es encontrar el mejor agrupamiento por medio del cual puedan satisfacerse las restricciones impuestas y al mismo tiempo lograr la formación de grupos (distritos) balanceados con respecto a ciertos parámetros de venta y distribución establecidos. El problema se puede resumir como sigue: agrupar un conjunto  $V$  de manzanas básicas (con tres atributos de actividad en cada manzana) en un número limitado de  $p$  territorios que satisfagan los criterios para cada actividad, compacidad, contigüidad y similitud con el plan anterior.

El problema se modela como un problema de programación real entera mixta, cuyos detalles pueden encontrarse en el trabajo de Ríos *et al.*<sup>20</sup>

### MÉTODO DE SOLUCIÓN PROPUESTO

Considerese el modelo AM desplegado en las expresiones (1)-(8), donde  $V$  denota el conjunto de unidades básicas (UBs);  $V_c$ , el conjunto de centros territoriales;  $A$ , el conjunto de atributos de las UBs;  $F^i$ , el conjunto de UBs pre-especificadas asociadas al

centro territorial  $i$  del plan existente;  $d_{ij}$ , la distancia entre unidades  $i$  y  $j$  en  $V$ ;  $H$ , el conjunto que contiene todos los pares de manzanas que deben ser asignadas a territorios diferentes;  $w_i^a$ , el valor de la actividad  $a \in A$  (número de clientes, demanda de producto y carga de trabajo) en el nodo  $i$ ;  $\tau^a$ , el parámetro de tolerancia de la actividad  $a$ ;  $\mu^a$ , tamaño promedio

del territorio  $a$ , dado por  $\mu^a = \sum_{i \in V} w_i^a / p$ ;  $N^i$ , el conjunto de nodos que son adyacentes al nodo  $i$ . Las variables binarias de decisión se definen como  $x_{ij} = 1$  si la UB  $j$  se asigna al territorio con centro en  $i$ ;  $=0$ , de otro modo.

#### Modelo (AM)

$$\min f(x) = \sum_{i \in V_c} \sum_{j \in V} d_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in V_c} \sum_{j \in F^i} q_{ij} (1 - x_{ij}) \quad (1)$$

$$\sum_{i \in V_c} x_{ij} = 1, \quad j \in V \quad (2)$$

$$\sum_{j \in V} w_j^a x_{ij} \leq (1 + \tau^a) \mu^a, \quad i \in V_c, a \in A \quad (3)$$

$$\sum_{j \in V} w_j^a x_{ij} \geq (1 - \tau^a) \mu^a, \quad i \in V_c, a \in A \quad (4)$$

$$\sum_{j \in S} x_{ij} - \sum_{j \in S} x_{ij} \geq 1 - |S|, \quad i \in V_c, S \subset V \setminus (N^i \cup \{i\}) \quad (5)$$

$$x_{ij} + x_{ih} \leq 1, \quad i \in V_c, (j, h) \in H \quad (6)$$

$$\sum_{i \in V_c} \sum_{j \in F^i} x_{ij} \geq \alpha |\cup_i F^i| \quad (7)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i \in V_c, j \in V \quad (8)$$

Una de las dificultades principales en la resolución de este modelo es el número exponencial de restricciones de conectividad en (5), lo cual implica que es prácticamente imposible escribirlas explícitamente. Por lo tanto, consideramos en su lugar el modelo relajado (AMR) de (AM), el cual consiste básicamente de relajar estas restricciones de conectividad (5) del Modelo AM.

#### Modelo (AMR)

$$\min f(x) = \sum_{i \in V_c} \sum_{j \in V} d_{ij} x_{ij} + \sum_{i \in V_c} \sum_{j \in F^i} q_{ij} (1 - x_{ij}) \quad (9)$$

$$\sum_{i \in V_c} x_{ij} = 1, \quad j \in V \quad (10)$$

$$\sum_{j \in V} w_j^a x_{ij} \leq (1 + \tau^a) \mu^a, \quad i \in V_c, a \in A \quad (11)$$

$$\sum_{j \in V} w_j^a x_{ij} \geq (1 - \tau^a) \mu^a, \quad i \in V_c, a \in A \quad (12)$$

$$x_{ij} + x_{ih} \leq 1, \quad i \in V_c, (j, h) \in H \quad (13)$$

$$\sum_{i \in V_c} \sum_{j \in F^i} x_{ij} \geq \alpha |\cup_i F^i| \quad (14)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i \in V_c, j \in V \quad (15)$$

La idea fundamental de esta propuesta (ecuaciones 9 a 15) es resolver el modelo AMR como un programa entero mixto, y luego verificar si la solución obtenida satisface las restricciones de conectividad. Si

las satisface, la solución obtenida para el AMR resuelve también el AM. Si no, se determina cuáles restricciones de conectividad no se satisfacen, agregando al modelo AMR una serie de restricciones violadas. El procedimiento se repite iterativamente hasta que la solución obtenida es totalmente conexa, lo cual implica una solución óptima al modelo AM. Esto se garantiza porque el problema de separación que identifica las restricciones o cortes que no se satisfacen se resuelve de forma exacta. Una panorámica general del método se despliega en la figura 1.

```

Función method
Input: Una instancia del problema TDP
Output: Una solución factible X al TDP
1 Resolver modelo AMR para obtener X;
2 Identificar conjunto C de restricciones de conectividad
del modelo AM que no satisface X;
3 Si |C|>0, agregar estas restricciones al modelo AMR
y volver al Paso 1;
4 Return X;
end method

```

Fig. 1. Pseudo-código del método de solución.

En el Paso 1, se usa un método de ramificación y acotamiento dado que no se está relajando la condición de integralidad de las variables binarias. Esta técnica es motivada por el hecho de que el modelo AMR puede resolverse óptimamente por métodos actuales de ramificación y acotamiento relativamente rápidos para instancias grandes. Por ejemplo, el modelo AMR puede resolverse en aproximadamente 30 s de CPU en una PC en instancias de 5000 nodos. Además, el identificar y generar las restricciones o cortes violados en el Paso 2 puede efectuarse muy eficientemente en tiempo polinomial, de tal forma que el procedimiento de solución visto globalmente parece atractivo, siempre y cuando el número de iteraciones requeridas para converger y alcanzar optimalidad no sea muy grande. El algoritmo encuentra una solución al modelo AM.

Existen varios puntos importantes en materia de investigación de particular interés, tales como el comportamiento empírico del método propuesto en términos del número de iteraciones/cortes requeridos para converger al óptimo. Además, el hecho de que se está suponiendo un conjunto dado de centros, lleva a investigar si se puede explotar este hecho para desarrollar varias estrategias algorítmicas de

solución que permitan acelerar la convergencia del método.

### Estrategias algorítmicas para acelerar convergencia

1. Fijar variables: Eliminación de asignaciones de manzanas relativamente lejanas.
2. Fijar variables: Pre-asignación de manzanas relativamente cercanas.
3. Fortalecer las restricciones de conectividad.
4. Encontrar desigualdades violadas.

Estas estrategias se plantean en detalle en un trabajo anterior.<sup>20</sup>

### TRABAJO EXPERIMENTAL

El tema central consiste en investigar el costo-beneficio de las estrategias implementadas y el mostrar su valoración científica y práctica. El modelo fue implementado en el optimizador de programas enteros mixtos X-PRESS de FICO™ (Fair Isaac, antes conocido como Dash Optimization). El método fue ejecutado en una PC con 2 procesadores Intel Core a una velocidad de 1.4 GHz bajo el sistema operativo Win X64. Para evaluar el método propuesto, se utilizaron algunas instancias reales de 5000 y 10000 nodos y 50 territorios. En todos los experimentos se utilizó  $\tau^a = 0.10$  para toda  $a \in A$  y un intervalo de optimalidad relativa de 0.01% como criterio de paro.

La tabla I muestra el efecto de cómo se reduce el tamaño del problema bajo diferentes parámetros. Las primeras dos columnas reflejan el tamaño de la instancia original en términos de sus números de UBs, de territorios y de variables binarias (NBV). La tercera y cuarta columna despliegan los valores de los parámetros  $\beta$  y  $\gamma$  empleados en cada ejecución, respectivamente. La quinta columna (RNVB) muestra el número de variables binarias después de la reducción. La última columna muestra la reducción relativa lograda con respecto al tamaño original dada por:

$$100 \times (NBV - RNVB)/NBV$$

Como puede apreciarse, el número de variables binarias en el problema reducido crece a medida que  $\beta$  crece y  $\gamma$  decrece. Nótese que el caso  $\beta = 50.0$  y  $\gamma = 0.0$  implica que no se aplica ninguna reducción.

Tabla I. Efecto de reducción del problema.

Tamaño (n, p)	NVB (np)	$\beta$	$\gamma$	RNVB	Reducción (5)		
(5000,50)	250,000	3.0	0.50	7,191	97.1		
		3.0	0.25	10,501	95.8		
		3.0	0.10	12,428	95.0		
		3.0	0.00	13,542	94.6		
		4.0	0.50	9,702	96.1		
		4.0	0.25	14,612	94.1		
		4.0	0.10	17,545	93.0		
		4.0	0.00	19,400	92.2		
		8.0	0.50	20,484	91.8		
		8.0	0.25	30,365	87.8		
		8.0	0.10	36,253	85.5		
		8.0	0.00	39,755	84.1		
		50.0	0.00	250,000	0.0		
		(10000,50)	500,000	3.0	0.50	14,615	97.1
				3.0	0.25	21,227	95.8
3.0	0.10			25,027	95.0		
3.0	0.00			30,202	94.0		
4.0	0.50			19,968	96.0		
4.0	0.25			29,609	94.1		
4.0	0.10			35,352	92.9		
4.0	0.00			39,244	92.1		
8.0	0.50			41,531	91.7		
8.0	0.25			60,810	87.8		
8.0	0.10			72,214	85.5		
8.0	0.00			79,693	84.1		
50.0	0.00			500,000	0.0		

Resumiendo, la estrategia adoptada es la de disminuir el espacio de soluciones factibles (para hacer el problema más tratable) para abordar un problema reducido que puede resolverse más eficientemente sin una pérdida significativa de optimalidad, para poder evaluar el costo-beneficio entre calidad de solución y tiempo de cómputo para diferentes valores de  $\beta$  y  $\gamma$ . Ahora se emplea el método aquí propuesto a instancias de 5000 UBs con 50 territorios. En este experimento se fija  $\gamma = 0.0$ , es decir, no se aplica la estrategia de conectividad forzada.

La tabla II muestra los resultados obtenidos, las primeras dos columnas indican los valores de  $\beta$  y  $\gamma$  utilizados. La tercera y cuarta muestran el número de iteraciones (NI) y tiempo de CPU (s).

Tabla II. Resultados para la instancia (5000, 50).

B	$\gamma$	NI	Tiempo	BestSol	IOR (%)
3.0	0.50	25	5B	62.5027	0.0168
	0.25	38	118	62.5056	0.0214
	0.10	46	158	62.4972	0.0080
	0.00	50	186	62.4978	0.0089
4.0	0.50	44	146	62.5011	0.0142
	0.25	60	262	62.4986	0.0102
	0.10	48	223	62.4972	0.0080
	0.00	54	264	62.4957	0.0056
8.0	0.50	48	330	62.5101	0.0286
	0.25	63	457	62.5002	0.0128
	0.10	37	305	62.4976	0.0086
	0.00	61	576	62.4956	0.0054
50.0	0.00	54	1930	62.4922	0.0000

La quinta columna despliega el valor de la mejor solución factible encontrada (BestSol) y la última columna muestra el intervalo de optimalidad relativa (IOR) entre esta solución y la solución óptima (que corresponde a la fila  $\beta = 50.0$  y  $\gamma = 0$  cuando no se aplica ninguna reducción).

Como puede verse en la tabla, la calidad de los resultados es excelente, reportando desviaciones del óptimo menores a un 0.03% en menos de 6 minutos en todos los casos. Nótese que la estrategia mostrada en la primera fila (correspondiente al caso  $\beta = 3.0$  y  $\gamma = 0.50$ ) tomó menos de un minuto, arrojando una solución que está a menos de 0.02% del óptimo global. La solución óptima (última fila) se obtuvo en poco más de 30 minutos de CPU. En resumen, esta tabla muestra que con las estrategias adoptadas es posible encontrar soluciones casi óptimas reduciendo el tiempo de cómputo a unos cuantos segundos.

A continuación, se ilustra el desempeño interno del método como función del tiempo a través de las iteraciones del algoritmo propuesto. Las figuras 2 y 3 muestran los resultados para dos casos diferentes con valores ( $\beta, \gamma, \delta$ ) de (3.0, 0.25, 50.0) y (3.0, 0.25, 25.0), respectivamente. En cada figura se grafican las siguientes medidas: (i) número de UBs desconexas, (ii) número de territorios desconexos, (iii) número de cortes agregados, y (iv) valor de la función objetivo como función de las iteraciones, las cuales se muestran en el eje horizontal. Las medidas (i)-(iii) se toman en el eje vertical izquierdo y la medida (iv) en el eje vertical derecho.

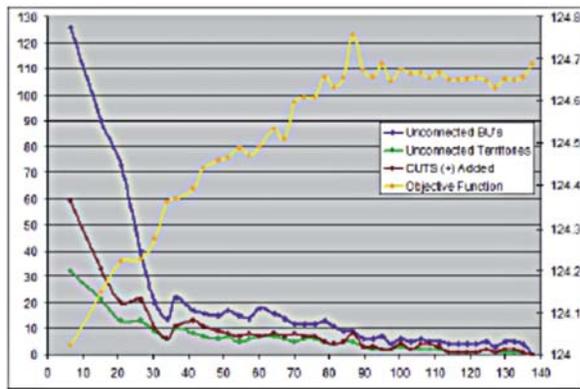


Fig. 2. Desempeño del algoritmo para la instancia (10000, 50) con  $B = 3.0$ ,  $\gamma = 0.25$ ,  $\delta = 50.0$ .

Como puede apreciarse en la figura 2, las primeras dos ejecuciones con alto valor del parámetro  $\delta$  tienen un comportamiento similar. El número de UBs desconexas, de territorios desconexos y de cortes agregados al modelo decrecen con el número de iteraciones. Algo similar ocurre con el valor de la función objetivo pero en sentido opuesto. En los otros dos casos (figura 3) con valor bajo de  $\delta$ , se presenta un comportamiento diferente. Particularmente, el valor de la función objetivo se mueve lentamente conforme avanza el tiempo. En efecto, esta es la razón por la cual se obtienen valores bajos en esta función. De ambos modos, es importante señalar que la metodología aquí desarrollada presenta un modelo entero que asegura asignaciones enteras en cada iteración y es importante verificar que tan

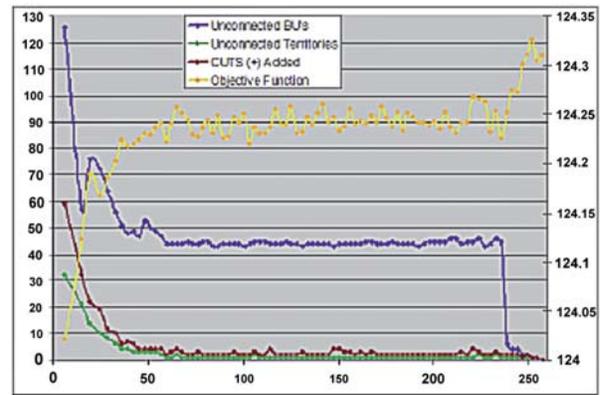


Fig. 3. Desempeño del algoritmo para la instancia (10000,50) con  $B = 3.0$ ,  $\gamma = 0.25$ ,  $\delta = 25.0$

rápido evoluciona la heurística implementada para el modelo entero de asignación y converge a soluciones con un alto grado de conectividad.

La figura 4 despliega la solución gráfica de la instancia de 5000 UBs, 50 territorios con tolerancia de 0.05. La leyenda en el costado del grafo indica el número de UBs contenidas en cada territorio, el cual se identifica por un código de color diferente.

### CONCLUSIÓN

El algoritmo computacional propuesto se enfoca en resolver con eficiencia problemas de diseño territorial de alta dificultad matemática (NP-duro) para instancias de gran escala.

Los resultados son satisfactorios en la parte

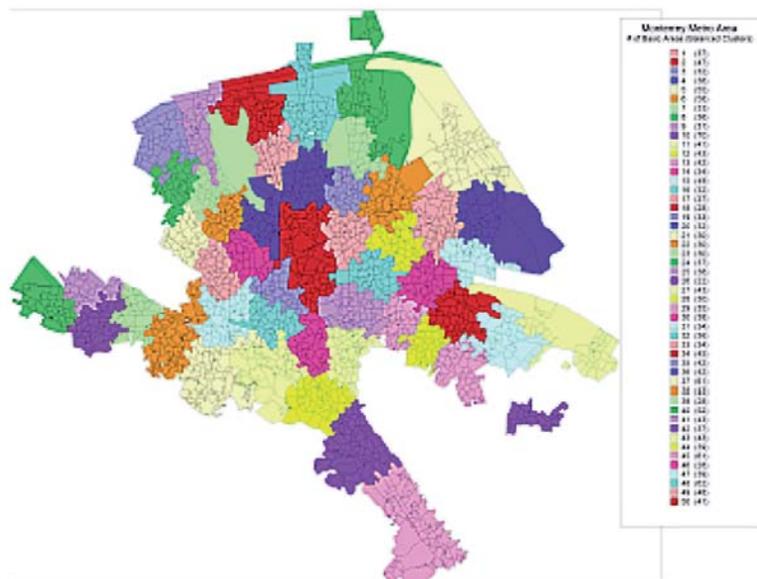


Fig. 4. Resultado geográfico de un diseño territorial óptimo de la ciudad de Monterrey con 5000 UBs.

computacional y económica. La metodología puede ser extendida para dar tratamiento a diversas variables de actividad simultáneamente, con lo que se pueden incorporar diferentes reglas de negocio y criterios de planificación. La aplicación directa de la propuesta tecnológica para la operación de una compañía embotelladora, se traduce en una mayor eficiencia en el aprovechamiento del equipo de transporte y en general en la disminución del costo operativo de la distribución secundaria. El sistema propuesto considera las restricciones de ventana de horario de los clientes para el óptimo diseño territorial, reduciendo los trayectos muertos y se asegura la atención de una mayor cantidad de clientes en un menor tiempo y con el menor uso de recursos.

## AGRADECIMIENTOS

Este trabajo de investigación ha sido financiado por el CONACYT (apoyos CB05-01-48499-Y y CB11-01-166397) y por el PAICYT de la UANL (apoyos CE012-09, CS470-10, IT511-10, CE728-11, HU769-11).

## REFERENCIAS

1. Forrest E. Apportionment by computer. *American Behavioral Scientist*, 8:23–35, 1964.
2. Hess S.W., Weaver J.B., Siegfeldt H.J., Whelan J.N. y Zitlau P.A. Nonpartisan political redistricting by computer. *Operations Research*, 13(6):998–1006, 1965.
3. Browdy, M.H. Simulated annealing: An improved computer model for political redistricting. *Yale Law and Policy Review*, 8:163–179, 1990.
4. Hess S.W., Weaver J. B., Siegfeldt H. J., Whelan J. N. y Zitlau P. A. Nonpartisan political redistricting by computer. *Operations Research*, 13(6):998–1006, 1965.
5. Drexel A. y Haase K. Fast approximation methods for sales force deployment. *Management Science*, 45(10):1307–1323, 1999.
6. Zoltners A.A. A unified approach to sales territory alignment. En R. P. Bagozzi, editor, *Sales Management: New Developments from Behavioral and Decision Model Research*, pp. 360–376. Marketing Science Institute, Cambridge, Inglaterra, 1979.
7. Zoltners A.A. y Lorimer S.E. Sales territory alignment: An overlooked productivity tool. *Journal of Personal Selling and Sales Management*, XX(3):139–150, 2000.
8. Zoltners A.A. y Sinha P. Sales territory alignment: A review and model. *Management Science*, 29(11):1237–1256, 1983.
9. Zoltners A.A. y Sinha P. Sales territory design: Thirty years of modeling and implementation. *Marketing Science*, 24(3):313–331, 2005.
10. Caro F. Shirabe T. Guignard M. y Weintraub A. School redistricting: Embedding GIS tools with integer programming. *Journal of the Operational Research Society*, 55(8):836–849, 2004.
11. Ríos-Mercado R.Z. y Fernández E. A reactive GRASP for a commercial territory design problem with multiple balancing requirements. *Computers & Operations Research*, 36(3):755–776, 2009.
12. Ríos-Mercado R.Z. y Salazar-Acosta J.C. A GRASP with strategic oscillation for a commercial territory design problem with a routing budget constraint. En I. Batyrshin y G. Sidorov, editores, *Advances in Soft Computing*, volumen 7095 de *Lecture Notes in Artificial Intelligence*, pp. 307–318. Springer, Heidelberg, Alemania, 2011.
13. Salazar-Aguilar M.A., Ríos-Mercado R.Z. y Cabrera-Ríos M. New models for commercial territory design. *Networks & Spatial Economics*, 11(3):487–507, 2011.
14. Salazar-Aguilar M.A. Ríos-Mercado R.Z. y González-Velarde J.L. A bi-objective programming model for designing compact and balanced territories in commercial districting. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 19(5):885–895, 2011.
15. Salazar-Aguilar M.A. Ríos-Mercado R.Z. y González-Velarde J.L. GRASP strategies for a bi-objective commercial territory design problem. *Journal of Heuristics*, 19(2):179–200, 2013.
16. Salazar-Aguilar M.A. Ríos-Mercado R.Z. González-Velarde J.L. y Molina J. Multiobjective scatter search for a commercial territory design

- problem. *Annals of Operations Research*, 199(1):343-360, 2012.
17. Vargas-Suárez L. Ríos-Mercado R.Z. y López F. Usando GRASP para resolver un problema de definición de territorios de atención comercial. En M. G. Arenas, F. Herrera, M. Lozano, J. J. Merelo, G. Romero y A. M. Sánchez, editores, *Actas del IV Congreso Español en Metaheurísticas y Algoritmos Evolutivos y Bioinspirados (MAEB)*, pp. 609–617, Granada, España, Septiembre 2005.
18. Duque J.C., Ramos R. y Suriñach J. Supervised regionalization methods: A survey. *International Regional Science Review*, 30(3):195–220, 2007.
19. Kalcsics J., Nickel S. y Schroder M.. Towards a unified territorial design approach: Applications, algorithms, and GIS integration. *TOP*, 13(1):1–56, 2005.
20. Ríos-Mercado R.Z. y López-Pérez J.F. Commercial territory design planning with realignment and disjoint assignment requirements. *Omega*, 41(3):525-535, 2013.

Tamaulipas · Nuevo León · Texas · Coahuila · Chihuahua

# Border Energy Forum

# XXI

United States · Mexico

October 15-17, 2014  
15-17 de octubre de 2014

**Monterrey, Nuevo León**

**Energy and the Environment:  
Good Border Business**

**Energía y el Medio Ambiente:  
Un Buen Negocio Para la Frontera**

**borderenergyforum.org**  
**512.463.3918**

 TEXAS GENERAL LAND OFFICE  
Jerry Patterson, Commissioner  
P.O. Box 12873 • Austin, Texas 78711-2873

New Mexico · Arizona · Sonora · Baja California · California